

**Предметная область
«Математика и информатика»
МАТЕМАТИКА**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА «Математика» 5-9 классы	2
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» (АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ) 8, 9 классы (естественно-математический, лингво-математический)	109
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «В мире задач» для 5-7 классов..	158
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «Развитие комбинаторно-логического мышления» для 5-6 классов	174
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «Решение олимпиадных задач по математике» для 5-6 классов	200
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «Решение олимпиадных задач по математике» для 7 классов.....	215
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА Курса «Решение олимпиадных задач по математике» 8 - 9 классы.....	245
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА «Решение нестандартных задач геометрии» для 7 класса с углубленным изучением математики	260
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «Нестандартные задачи элементарной математики» для 8 класса....	267
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА «Нестандартные задачи элементарной математики» для 9 класса.....	274
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА Курса «Дискретная математика» 8-9 классы.....	281

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицей ИГУ г.Иркутска
№ 01-06-87/2 от 28.05.2021 года

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА
«Математика»
5-9 классы**

Срок реализации программы 5 лет

Составители программы:

Кузьмин О.В., д.ф.-м.н., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Кузьмина Е.Ю., к.ф.-м.н., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Малакичев А.О., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Чвалаева О.А., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2021 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа по математике (5-9 класс) разработана на основе требований к планируемым результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования, реализующей ФГОС ООО, с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу каждого года обучения, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Содержание предмета «Математика» в 5-6 классах и «Алгебра» в 7-9 классах реализуется на углубленном уровне сложности за счет обязательной части (Часть 1) и части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана, как ее отдельный обязательный учебный предмет (Часть 2) и имеет следующие названия:

1 часть – Математика (обязательная часть) включает курсы «Математика (5-6 класс), Алгебра (7-9 класс), Геометрия (7-9 класс).

2 часть – Математика (отдельный обязательный учебный предмет - ООУП) включает следующие предметы: Математика ООУП (5-6 класс), Алгебра ООУП (7-9 класс),

При этом оценка за полугодия и год выставляется на основе средних баллов, полученных учащимся за каждую часть (вычисляется среднее арифметическое средних баллов и результат округляется по правилам математического округления).

Содержание предмета «Геометрия» в 7-9 классах реализуется на профильном уровне за счет выбора уровня сложности задач и интенсивного прохождения материала.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа по математике:

			5 класс	6 класс	7 класс	8 класс	9 класс	всего
Количество учебных недель			35	35	35	35	34	174
Количество часов в неделю	всего		6	5	6	6	6	
	В том числе (математика, алгебра)	Обязательная часть	5	5	3	3	3	
		Часть, формируемая участниками образовательных отношений	1	--	1	1	1	
	В том числе, геометрия	Обязательная часть			2	2	2	
Количество часов в год	всего		210	175	210	210	204	1009
	В том числе (математика, алгебра)	Обязательная часть	175	175	105	105	102	662
		Часть, формируемая участниками образовательных отношений	35	--	35	35	34	139
	В том числе, геометрия	Обязательная часть	--	--	70	70	68	208

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (обязательная часть)

Математика, 5 класс

1. Математические выражения. Математические модели (22 ч.)

Обозначение натуральных чисел. Десятичная система счисления. Запись числа в десятичной системе счисления. Треугольник. Плоскость, прямая, луч. Шкалы и координаты. Решение уравнений, содержащих более 2 действий. Перевод условия задачи на

математический язык. Понятие математической модели. Округление натуральных чисел. Свойства арифметических действий. Решение уравнений.

2. Признаки делимости (22 ч.)

Делители и кратные. Понятие остатка. Делимость произведения, суммы и разности. Признаки делимости на 10, на 2, на 5, на 3 и на 9. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Деление с остатком. Множества, элемент множества. Пустое множество. Объединение и пересечение множеств. Решение задач и уравнений в целых числах.

3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное (15 ч.)

Разложение чисел на простые множители. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Связь между НОД и НОК двух чисел. Степень числа. Свойства степеней с натуральным показателем. Дополнительные свойства умножения и деления. Решение задач на делимость.

4. Понятие целого числа и дроби (24 ч.)

Натуральные числа и дроби. Понятие целого числа. Противоположные числа. Координатная прямая. Простейшие арифметические действия с отрицательными числами. Способы сравнения чисел и выражений. Обыкновенные дроби. Понятие процента. Смешанные числа. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дробей наименьшему общему знаменателю. Сравнение дробей.

5. Действия с обыкновенными дробями (41 ч.)

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, с разными знаменателями. Сложение и вычитание смешанных чисел. Правило умножения обыкновенных дробей. Деление обыкновенных дробей. Задачи на вычисление части от числа, выраженной дробью. Задачи на вычисление числа по заданной части, выраженной дробью. Задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого. Задачи на проценты.

6. Понятие десятичной дроби (13 ч.)

Десятичные и обыкновенные дроби. Приближенные равенства. Округление чисел. Сравнение десятичных дробей.

7. Действия с десятичными дробями (26 ч.)

Сложение и вычитание десятичных дробей. Умножение десятичных дробей. Деление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей на разрядную единицу. Решение задач на проценты. Решение уравнений.

8. Повторение (12 ч.)

Решение уравнений, с помощью преобразования левой и правой частей. Решение текстовых задач повышенной сложности.

Математика, 6 класс

1. Повторение (10 ч.)

Целые числа. Действия с целыми числами. Переменная. Выражения с переменными. Уравнения. Решение уравнений. Степень с натуральным показателем.

2. Числа и действия с ними (13 ч.)

Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями. Среднее арифметическое. Среднее взвешенное. Задачи на движение.

3. Проценты (20 ч.)

Решение простейших задач на проценты. Задачи на проценты. Нахождение процента от числа. Нахождение числа по его проценту. Процентное отношение чисел. Проценты и доли. Задачи на проценты. Простой процентный рост. Степень с натуральным показателем. Сложный процентный рост.

4. Отношения и пропорции. Пропорциональные величины (37 ч.)

Понятие отношения. Прямоугольный треугольник. Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Понятие тригонометрических величин. Понятие пропорции. Основное свойство пропорции. Свойства и преобразование пропорций. Решение задач на концентрацию. Зависимость между величинами. Координатная плоскость. Прямая и обратная пропорциональность. Графики прямой и обратной пропорциональности. Решение задач с помощью пропорций. Пропорциональное деление. Среднее пропорциональное.

5. Рациональные числа (40 ч.)

Положительные и отрицательные числа. Числовые промежутки. Противоположные числа и модуль. Модуль рационального числа. Геометрический смысл модуля. Сравнение рациональных чисел. Решение простейших уравнение и неравенств содержащих знак модуля. Сложение рациональных чисел. Вычитание рациональных чисел. Умножение рациональных чисел. Деление рациональных чисел. Арифметические операции над рациональными числами. Решение задач.

6. Решение уравнений (25 ч.)

Раскрытие скобок. Коэффициент. Подобные слагаемые. Понятие уравнения. Решение линейных уравнений. Решение линейных неравенств. Решение задач с помощью уравнений. Решение задач с помощью неравенств. Координатная плоскость. Графики зависимостей величин.

7. Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве (18 ч.)

Рисунки и определения геометрических понятий. Свойства геометрических фигур. Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике. Геометрические тела и их изображения. Многогранники. Тела вращения. Измерения величин. Длина, площадь, объем. Мера угла. Транспортир.

8. Итоговое повторение (12 ч.)

Повторение и обобщение материала по темам.

Алгебра, 7 класс

1. Повторение (4 ч.)

Множества и операции над множествами. Числовая прямая. Числовые промежутки. Простейшие числовые неравенства. Модуль действительного числа. Геометрический смысл модуля. Решение простейших числовых неравенств, содержащих знак модуля.

2. Линейные уравнения и неравенства с одной переменной (14 ч.)

Уравнение. Корень уравнения. Линейное уравнение с одной переменной. Решение задач с помощью уравнений. Линейные неравенства с одной переменной. Решение линейных неравенств, содержащих знак модуля. Понятие систем и совокупностей линейных неравенств. Решение систем и совокупностей линейных неравенств.

3. Линейная функция (12 ч.)

Координаты точки. Построение геометрических фигур. Линейное уравнение с двумя переменным. График линейного уравнения с двумя переменными. Построение графика

линейного уравнения с двумя переменными. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, область значений функции. Линейная функция, график линейной функции, свойства графика. Прямая пропорциональность как частный случай линейной функции. Построение графика линейной функции. Исследование линейной функции с помощью графика. Взаимное расположение графиков линейных функций. Условие параллельности, перпендикулярности прямых. Кусочно-заданные функции. Графики линейных функций, содержащих знак модуля.

4. Степень с натуральным показателем и ее свойства (9 ч.)

Решение задач с применением определения степени числа. Таблица основных степеней. Упрощение выражений, содержащих степени. Умножение и деление степеней с одинаковым показателем. Упрощение выражений, содержащих степени. Степень с нулевым показателем.

5. Одночлены. Операции над одночленами (6 ч.)

Сложение и вычитание одночленов. Умножение одночленов. Возведение одночлена в степень с натуральным показателем. Деление одночлена на одночлен.

6. Многочлены. Операции над многочленами (15 ч.)

Степень многочлена. Стандартный вид многочлена. Сложение и вычитание многочленов. Умножение многочлена на одночлен. Вынесение общего множителя. Умножение многочлена на многочлен. Упрощение выражений. Квадрат суммы и разности двух выражений. Куб суммы и разности двух выражений. Сумма и разность кубов. Упрощение выражений. Метод выделения полного квадрата. Деление многочлена на одночлен.

7. Разложение многочленов на множители (18 ч.)

Что такое разложение многочленов на множители и зачем оно нужно. Вынесение общего множителя за скобки. Вынесение общего множителя за скобки. Способ группировки. Разложение многочлена на множители с помощью ФСУ. Разложение многочлена на множители различными приемами. Решение уравнений с помощью разложения на множители. Сокращение алгебраических дробей. Доказательство тождеств.

8. Функции $y=x^2$ и $y=x^3$ и их графики (8 ч.)

Функция $y=x^2$ и ее свойства и график. Свойства и график функции $y=ax^2$. Пересечение графиков линейной и квадратичной функции. Графическое решение уравнений. Определение, основные свойства и график функции $y=x^3$. Определение, основные свойства и график функции $y=ax^3$.

9. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными (16 ч.)

Понятие системы уравнений с двумя переменными. Графическое решение системы линейных уравнений. Метод подстановки. Решение систем методом подстановки. Метод сложения. Решение систем методом сложения. Решение текстовых задач с помощью систем уравнений. Задачи на использование поразрядной записи числа. Задачи на концентрацию. Задачи на работу. Геометрические места точек на координатной плоскости, задаваемые линейными неравенствами с двумя переменными.

Алгебра, 8 класс

1. Повторение (3 ч.)

Формулы сокращенного умножения. Разложение многочленов на множители. Сокращение дробей. Линейная функция и ее график.

2. Алгебраические дроби (13 ч.)

Основное свойство дроби, сокращение дробей. Сложение и вычитание алгебраических дробей. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень. Преобразование рациональных выражений. Первые представления о решении рациональных уравнений. Степень с отрицательным целым показателем.

3. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня (21 ч.)

Рациональные числа. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа. Иррациональные числа. Множество действительных чисел. Свойства числовых неравенств.

Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график. Свойства квадратных корней. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня. Алгоритм извлечения квадратного корня. Модуль действительного числа. Функция $y = |x|$. Формула $\sqrt{x^2} = |x|$.

4. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$ (16 ч.)

Функция $y = kx^2$, ее свойства и график. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график. Как построить график функции $y = f(x+l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график. Графическое решение квадратных уравнений. Дробно-линейная функция, ее свойства и график. Как построить графики функций $y = |f(x)|$ и $y = f(|x|)$, если известен график функции $y = f(x)$.

5. Квадратные уравнения (12 ч.)

Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций.

6. Элементы теории делимости (6 ч.)

Делимость чисел. Простые и составные числа. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Основная теорема арифметики натуральных чисел.

7. Алгебраические уравнения (16 ч.)

Многочлены от одной переменной. Уравнения высших степеней. Рациональные уравнения. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. Задачи с параметрами.

8. Неравенства (11 ч.)

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Доказательство неравенств. Приближенные вычисления. Стандартный вид положительного числа. Решение уравнений методом введения новой переменной. Решение текстовых задач.

9. Итоговое повторение (6 ч.)

Алгебра, 9 класс

1. Повторение (3 ч)

Действия над многочленами. Формулы сокращённого умножения. Рациональные уравнения. Линейные и квадратные неравенства и их системы.

2. Неравенства с одной переменной. Системы и совокупности неравенств (19 ч.)

Рациональные неравенства. Множества и операции над ними. Системы неравенств. Совокупности неравенств. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Задачи с параметрами.

3. Системы уравнений (21 ч.)

Уравнения с двумя переменными. Неравенства с двумя переменными. Основные понятия, связанные с системами уравнений и неравенств с двумя переменными. Методы решения систем уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Иррациональные системы. Системы с модулями. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций.

4. Числовые функции (14 ч.)

Определение числовой функции. Область определения, область значений функции. Способы задания функции. Свойства функций. Четные и нечетные функции. Функции, их свойства и графики. Функция, ее свойства и график.

5. Прогрессии (18 ч.)

Числовые последовательности. Свойства числовых последовательностей. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия. Метод математической индукции.

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (9 ч)

Комбинаторные задачи. Статистика – дизайн информации. Простейшие вероятностные задачи. Экспериментальные данные и вероятности событий.

7. Повторение курса алгебры 7 – 9 классов (18 часов)

Геометрия, 7 класс

I. Начальные понятия и теоремы геометрии (10 часов)

Возникновение геометрии из практики. Геометрические фигуры и тела. Равенство в геометрии. Точка, прямая и плоскость. Понятие о геометрическом месте точек. Расстояние. Отрезок, луч. Ломаная. Угол. Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника. Величина угла. Градусная мера угла. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и ее свойства. Перпендикулярность прямых.

II. Треугольники (18 часов)

Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника. Признаки равенства треугольников. Окружность. Построения с помощью циркуля и линейки. Основные задачи на построение: деление отрезка пополам, построение треугольника по трем сторонам, построение перпендикуляра к прямой, построение биссектрисы.

III. Параллельные прямые (12 часов)

Признаки параллельности двух прямых. Способы построения параллельных прямых. Аксиомы параллельности прямых.

IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника (20 часов)

Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника. Неравенство треугольника. Прямоугольный треугольник. Построение треугольника по трем элементам. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

V. Повторение (10 часов)

Повторение, систематизация, закрепление и проверка знаний, умений и навыков учащихся по изученному материалу курса геометрии 7 класса.

Геометрия, 8 класс

Повторение (4 часа)

I. Четырехугольники (14 часов)

Понятия многоугольника, выпуклого многоугольника. Параллелограмм и его признаки и свойства. Трапеция. Прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства. Осевая и центральная симметрии.

II. Площади фигур (14 часов)

Понятие площади многоугольника. Площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции. Теорема Пифагора.

III. Подобные треугольники (19 часов)

Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Применение подобия к доказательствам теорем и решению задач. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

IV. Окружность (19 часов)

Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Четыре замечательные точки треугольника. Вписанная и описанная окружности.

Геометрия, 9 класс

I. Вводное повторение (9 часов)

Основные определения и теоремы, изученные в 7-8 классах.

II. Векторы. Метод координат. (14 часов)

Вектор. Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Уравнения окружности и прямой. Применение векторов и координат при решении задач.

III. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов. (17 часов)

Синус, косинус и тангенс угла. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов и его применение в геометрических задачах.

IV. Длина окружности и площадь круга. (12 часов)

Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники.

Правильные многоугольники. Окружности, описанная около правильного многоугольника и вписанная в него. Построение правильных многоугольников. Длина окружности. Площадь круга.

V. Движения. (8 часов)

Отражение плоскости на себя. Понятие движения. Осевая и центральная симметрии. Параллельный перенос. Поворот. Наложения и движения. Понятие о гомотетии.

VI. Повторение. Решение задач (8 часов)

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 класс (математика)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
Математические выражения. Математические модели.		22	
1	Десятичная система счисления. Запись числа в десятичной системе счисления.	1	
2	Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых	1	
3	Решение задач	1	
4	Запись, чтение и составление выражений	1	
5	Значение выражений. Порядок действий.	1	
6	Перевод условия задачи на математический язык	1	
7	Понятие уравнения. Решение уравнения с одной переменной	1	
8	Решение уравнений, содержащих более 2 действий.	1	
9	Перевод условия задачи на математический язык. Понятие математической модели	1	
10	Решение текстовых задач	1	
11	Решение текстовых задач	1	
12	Работа с математическими моделями	1	
13	Округление натуральных чисел	1	
14	Округление натуральных чисел	1	
15	Метод проб и ошибок	1	
16	Метод перебора	1	
17	Метод обоснованного перебора	1	
18	Свойства арифметических действий	1	
19	Метод весов. Решение уравнений	1	
20	Задачи для самопроверки	1	
21	Контрольная работа №1		1
22	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
Признаки делимости		22	
23/1	Делители и кратные. Понятие остатка	1	
24/2	Делители и кратные	1	
25/3	Простые и составные числа	1	
26/4	Простые и составные числа	1	
27/5	Делимость произведения	1	
28/6	Делимость произведения	1	
29/7	Делимость произведения	1	
30/8	Делимость суммы и разности	1	
31/9	Делимость суммы и разности	1	
32/10	Делимость суммы и разности	1	
33/11	Признаки делимости на 10, на 2 и на 5	1	
34/12	Признаки делимости на 10, на 2 и на 5	1	
35/13	Признаки делимости на 10, на 2 и на 5	1	
36/14	Признаки делимости на 3 и на 9	1	
37/15	Признаки делимости на 3 и на 9	1	
38/16	Признаки делимости. Решение задач	1	
39/17	Решение задач	1	
40/18	Решение уравнений в целых числах	1	
41/19	Решение задач в целых числах	1	
42/20	Задачи для самопроверки	1	

43/21	Контрольная работа №3		1
44/22	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное		15	
45	Разложение чисел на простые множители	1	
46	Разложение чисел на простые множители	1	
47	Наибольший общий делитель	1	
48	Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида	1	
49	Наименьшее общее кратное	1	
50	Наименьшее общее кратное	1	
51	Связь между НОД и НОК двух чисел	1	
52	Степень числа	1	
53	Свойства степеней с натуральным показателем	1	
54	Свойства степеней с натуральным показателем	1	
55	Дополнительные свойства умножения и деления	1	
56	Дополнительные свойства умножения и деления	1	
57	Задачи для самопроверки	1	
58	Контрольная работа № 4		1
59	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
Понятие целого числа и дроби		24	
60	Натуральные числа и дроби	1	
61	Понятие целого числа. Противоположные числа	1	
62	Координатная прямая	1	
63	Арифметические действия с помощью координатной прямой	1	
64	Арифметические действия с помощью координатной прямой	1	
65	Простейшие арифметические действия с отрицательными числами	1	
66	Простейшие арифметические действия с отрицательными числами	1	
67	Способы сравнения чисел и выражений	1	
68	Способы сравнения чисел и выражений	1	
69	Обыкновенные дроби	1	
70	Понятие процента	1	
71	Смешанные числа	1	
72	Сложение и вычитание дробных чисел	1	
73	Основное свойство дроби	1	
74	Сокращение дробей	1	
75	Сокращение дробей	1	
76	Приведение дробей наименьшему общему знаменателю	1	
77	Основное свойство дроби. Преобразование дробей	1	
78	Преобразование дробей	1	
79	Сравнение дробей	1	
80	Сравнение дробей	1	
81	Задачи для самопроверки	1	
82	Контрольная работа №5		1
83	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками	1	
Действия с обыкновенными дробями		41	
84	Сложение и вычитание дробей	1	
85	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	1	
86	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	1	
87	Сложение и вычитание дробей	1	

88	Сложение и вычитание смешанных чисел	1	
89	Сложение и вычитание смешанных чисел	1	
90	Сложение и вычитание смешанных чисел с разными знаменателями	1	
91	Сложение и вычитание смешанных чисел с разными знаменателями	1	
92	Правило умножения обыкновенных дробей	1	
93	Умножение дробей	1	
94	Умножение смешанных чисел	1	
95	Умножение смешанных чисел	1	
96	Умножение смешанных чисел	1	
97	Задачи для самопроверки	1	
98	Контрольная работа № 6		1
99	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
100	Деление обыкновенных дробей	1	
101	Деление дроби на натуральное число	1	
102	Деление смешанных чисел	1	
103	Деление смешанных чисел на натуральное число	1	
104	Деление смешанных чисел	1	
105	Совместные действия со смешанными числами	1	
106	Примеры вычислений с дробями	1	
107	Примеры вычислений с дробями	1	
108	Задачи на вычисление части от числа, выраженной дробью	1	
109	Задачи на вычисление числа по заданной части, выраженной дробью	1	
110	Задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого	1	
111	Решение задач на проценты	1	
112	Решение задач на проценты	1	
113	Решение задач на проценты	1	
114	Составные задачи на дроби	1	
115	Составные задачи на дроби	1	
116	Решение текстовых задач на дроби	1	
117	Решение текстовых задач на дроби	1	
118	Задачи на совместную работу	1	
119	Задачи на совместную работу	1	
120	Задачи на совместную работу	1	
121	Задачи на совместную работу	1	
122	Задачи для самопроверки	1	
123	Контрольная работа № 7		1
124	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
	Понятие десятичной дроби	13	
125	Новая запись числа	1	
126	Новая запись числа	1	
127	Десятичные и обыкновенные дроби	1	
128	Десятичные и обыкновенные дроби	1	
129	Приближенные равенства. Округление чисел	1	
130	Приближенные равенства. Округление чисел	1	
131	Приближенные равенства. Округление чисел	1	
132	Сравнение десятичных дробей	1	
133	Сравнение десятичных дробей	1	

134	Сравнение десятичных дробей	1	
135	Задачи для самопроверки	1	
136	Контрольная работа № 8		1
137	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
	Действия с десятичными дробями	26	
138	Сложение и вычитание десятичных дробей	1	
139	Правило сложения и вычитания десятичных дробей	1	
140	Сложение и вычитание десятичных дробей	1	
141	Сложение и вычитание десятичных дробей	1	
142	Сложение и вычитание десятичных дробей	1	
143	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.	1	
144	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.	1	
145	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.	1	
146	Правило умножения десятичных дробей	1	
147	Умножение десятичных дробей	1	
148	Умножение десятичных дробей	1	
149	Умножение десятичных дробей	1	
150	Умножение десятичных дробей	1	
151	Правило деления десятичных дробей	1	
152	Деление десятичных дробей	1	
153	Деление десятичных дробей	1	
154	Деление десятичных дробей	1	
155	Решение задач на все действия с десятичными дробями	1	
156	Решение задач на все действия с десятичными дробями	1	
157	Умножение и деление десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.	1	
158	Решение задач на проценты	1	
159	Решение задач на проценты	1	
160	Решение задач на проценты	1	
161	Задачи для самопроверки	1	
162	Контрольная работа № 9	1	
163	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
	Повторение	12	
164	Повторение: Решение уравнений	1	
165	Повторение: Решение уравнений	1	
166	Повторение: Решение текстовых задач	1	
167	Повторение: Округление чисел	1	
168	Повторение: Решение задач	1	
169	Итоговая контрольная работа		1
170	Анализ контрольной работы. Работа над ошибками.	1	
171	Решение задач	1	
172	Решение задач	1	
173	Решение задач	1	
174	Решение задач	1	
175	Итоговое занятие.	1	

6 класс (математика)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	кон-троль
-------------	------------------------------------	--------------	-----------

	1. Повторение	10	
1	Целые числа	1	
2-3	Действия с целыми числами	2	
4-5	Переменная. Выражения с переменными	2	
6-7	Уравнения. Решение уравнений	2	
8-9	Степень с натуральным показателем	2	
10	Контрольная работа №1 «Повторение»		1
	2. Числа и действия с ними	13	
11-13	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	3	
14-16	Среднее арифметическое	3	
17-19	Среднее взвешенное	3	
20-22	Задачи на движение	3	
23	Контрольная работа № 2 «Числа и действия с ними»		1
	3. Проценты	20	
24	Решение простейших задач на проценты	1	
25-26	Задачи на проценты	2	
27-28	Нахождение процента от числа	2	
29-30	Нахождение числа по его проценту	2	
31-32	Процентное отношение чисел	2	
33-34	Проценты и доли	2	
35-36	Задачи на проценты	2	
37-38	Простой процентный рост	2	
39	Степень с натуральным показателем	1	
40-42	Сложный процентный рост	3	
43	Контрольная работа № 3 «Проценты»		1
	4. Отношения и пропорции. Пропорциональные величины	37	
44-45	Понятие отношения	2	
46-47	Прямоугольный треугольник.	2	
48-51	Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Понятие тригонометрических величин	4	
52-55	Понятие пропорции. Основное свойство пропорции	4	
56-58	Свойства и преобразование пропорций	3	
59-61	Решение задач на концентрацию	3	
62	Контрольная работа № 4 «Понятие пропорции»		1
63-65	Зависимость между величинами	3	
66-67	Координатная плоскость	2	
68-69	Прямая и обратная пропорциональность	2	
70-71	Графики прямой и обратной пропорциональности	2	
72-76	Решение задач с помощью пропорций	5	
77-78	Пропорциональное деление	2	
79	Среднее пропорциональное	1	
80	Контрольная работа № 5 «Пропорциональное деление»		1
	5. Рациональные числа	40	
81-83	Положительные и отрицательные числа	3	
84-86	Числовые промежутки	3	
87-90	Противоположные числа и модуль	4	
91-94	Модуль рационального числа	4	
95-97	Геометрический смысл модуля	3	
98-100	Сравнение рациональных чисел	3	

101-104	Решение простейших уравнение и неравенств содержащих знак модуля	4	
105-106	Сложение рациональных чисел	2	
107-108	Вычитание рациональных чисел	2	
109	Контрольная работа № 6 «Рациональные числа»		1
110-112	Умножение рациональных чисел	3	
113-115	Деление рациональных чисел	3	
116-117	Арифметические операции над рациональными числами	2	
118-119	Решение задач	2	
120	Контрольная работа № 7		1
	6. Решение уравнений	25	
121-122	Раскрытие скобок	2	
123-124	Коэффициент	2	
125-126	Подобные слагаемые	2	
127-128	Понятие уравнения. Решение линейных уравнений	2	
129-131	Решение линейных неравенств	3	
132	Контрольная работа № 8 «Решение линейных уравнений и неравенств»		
133-135	Решение задач с помощью уравнений	3	
136-138	Решение задач с помощью неравенств	3	
139-140	Координатная плоскость	2	
141-144	Графики зависимостей величин	4	
145	Контрольная работа № 9 «Решение уравнений»		1
	7. Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве	18	
146-147	Рисунки и определения геометрических понятий	2	
148-149	Свойства геометрических фигур	2	
150-151	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	2	
152-153	Геометрические тела и их изображения	2	
154-155	Многогранники	2	
156-157	Тела вращения	2	
158-160	Измерения величин. Длина, площадь, объем	3	
161-162	Мера угла. Транспортир	2	
163	Контрольная работа № 10 «Геометрические фигуры»		1
	8. Итоговое повторение (12 часов)	7	
164	Преобразование выражений. Раскрытие скобок.	1	
165	Решение задач.	1	
166	Решение линейных уравнений	1	
167	Решение линейных неравенств	1	
168	Решение задач на тему: среднее арифметическое	1	
169	Решение задач на проценты	1	
170	Итоговая контрольная работа		1
171	Анализ ошибок, допущенных в контрольной работе	1	
172. 173	Решение задач на проценты	2	
174	Преобразование выражений, содержащих знак модуля	1	
175	Обобщающий урок	1	

7 класс (алгебра)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	кон-троль
	Повторение	4	
1	Повторение. Множества и операции над множествами	1	

2	Числовая прямая. Числовые промежутки. Простейшие числовые неравенства	1	
3	Модуль действительного числа. Геометрический смысл модуля	1	
4	Решение простейших числовых неравенств, содержащие знак модуля.	1	
	1. Линейные уравнения и неравенства с одной переменной	14	1
5	Уравнение. Корень уравнения.	1	
6-7	Линейное уравнение с одной переменной	2	
8-10	Решение задач с помощью уравнений	3	
11-13	Линейные неравенства с одной переменной	3	
14	Решение линейных неравенств, содержащих знак модуля.	1	
15	Понятие систем и совокупностей линейных неравенств	1	
16-17	Решение систем и совокупностей линейных неравенств	2	
18	Контрольная работа № 1 по теме «Линейные уравнения и неравенства с одной переменной»		1
	2. Линейная функция	12	
19	Координаты точки.	1	
20	Построение геометрических фигур	1	
21	Линейное уравнение с двумя переменными	1	
22	График линейного уравнения с двумя переменными.	1	
23	Построение графика линейного уравнения с двумя переменными.	1	
24	Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, область значений функции	1	
25	Линейная функция, график линейной функции, свойства графика. Прямая пропорциональность как частный случай линейной функции	1	
26	Построение графика линейной функции.	1	
27	Исследование линейной функции с помощью графика.	1	
28	Взаимное расположение графиков линейных функций. Условие параллельности, перпендикулярности прямых.	1	
29	Кусочно-заданные функции. Графики линейных функций, содержащих знак модуля.	1	
30	Контрольная работа № 2 по теме «Линейная функция и ее график»		1
	3. Степень с натуральным показателем и ее свойства	9	
31-32	Решение задач с применением определения степени числа.	2	
33	Таблица основных степеней	1	
34-35	Упрощение выражений, содержащих степени	2	
36	Умножение и деление степеней с одинаковым показателем	1	
37-38	Упрощение выражений, содержащих степени	2	
39	Степень с нулевым показателем	1	
	4. Одночлены. Операции над одночленами	6	
40-41	Сложение и вычитание одночленов	2	
42	Умножение одночленов	1	
43	Возведение одночлена в степень с натуральным показателем	1	
44	Деление одночлена на одночлен	1	
45	Контрольная работа № 3 по теме «Одночлены. Операции над одночленами»		1

	5. Многочлены. Операции над многочленами	15	
46	Степень многочлена.	1	
47	Стандартный вид многочлена.	1	
48	Сложение и вычитание многочленов	1	
49	Умножение многочлена на одночлен	1	
50	Вынесение общего множителя	1	
51	Умножение многочлена на многочлен	1	
52	Упрощение выражений	1	
53	Контрольная работа № 4 по теме «Многочлены и действия с ними»		1
54	Квадрат суммы и разности двух выражений.	1	
55	Куб суммы и разности двух выражений.	1	
56	Сумма и разность кубов.	1	
57	Упрощение выражений	1	
58	Метод выделения полного квадрата	1	
59	Деление многочлена на одночлен	1	
60	Контрольная работа № 5 по теме «Формулы сокращенного умножения, метод выделения полного квадрата»		1
	6. Разложение многочленов на множители	18	
61	Что такое разложение многочленов на множители и зачем оно нужно	1	
62-63	Вынесение общего множителя за скобки	2	
64-66	Способ группировки	3	
67-69	Разложение многочлена на множители с помощью ФСУ	3	
70-71	Разложение многочлена на множители различными приемами	2	
72	Контрольная работа № 6 по теме «Разложение многочлена на множители»		1
73-74	Решение уравнений с помощью разложения на множители.	2	
75-76	Сокращение алгебраических дробей	2	
77	Доказательство тождеств	1	
78	Контрольная работа № 7 по теме «Сокращение алгебраических дробей»		1
	7. Функции $y=x^2$ и $y=x^3$ и их графики	8	
79	Функция $y = x^2$ и ее свойства и график	1	
80	Свойства и график функции $y = ax^2$	1	
81	Пересечение графиков линейной и квадратичной функции	1	
82-83	Графическое решение уравнений	2	
84	Определение, основные свойства и график функции $y = x^3$	1	
85	Определение, основные свойства и график функции $y = ax^3$	1	
86	Контрольная работа № 8 по теме «Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики»		1
	8. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными	19	
87	Понятие системы уравнений с двумя переменными.	1	
88	Графическое решение системы линейных уравнений	1	
89	Метод подстановки	1	
90	Решение систем методом подстановки	1	
91	Метод сложения	1	
92-93	Решение систем методом сложения	2	

94	Решение текстовых задач с помощью систем уравнений	1	
95	Задачи на использование поразрядной записи числа	1	
96-97	Задачи на концентрацию	2	
98-99	Задачи на работу	2	
100	Геометрические места точек на координатной плоскости	1	
101	Геометрические места точек на координатной плоскости, задаваемые линейными неравенствами с двумя переменными.	1	
102	Итоговая контрольная работа		1
103	Анализ контрольной работы	1	
104	Решение задач	1	
105	Итоговое занятие	1	

8 класс (алгебра)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Повторение	3	
1	Формулы сокращенного умножения	1	
2	Разложение многочленов на множители. Сокращение дробей.	1	
3	Линейная функция и ее график.	1	
	Алгебраические дроби	13	
4	Основное свойство дроби	1	
5-7	Сложение и вычитание алгебраических дробей	3	
8	Умножение и деление алгебраических дробей.	1	
9	Возведение алгебраической дроби в степень	1	
10	Преобразование рациональных выражений	1	
11	Доказательство тождеств	1	
12	Все действия с рациональными дробями	1	
13	Контрольная работа №1		1
14	Область допустимых значений уравнения	1	
15	Степень с отрицательным целым показателем	1	
16	Решение уравнений	1	
	Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня	21	
17	Рациональные числа. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа	1	
18, 19	Арифметический квадратный корень	2	
20	Иррациональные числа	1	
21	Множество действительных чисел	1	
22, 23	Свойства квадратных корней.	2	
24	Применение свойств квадратных корней для преобразования выражений	1	
25	Доказательство тождеств.	1	
26	Контрольная работа № 2		1

27	Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график.	1	
28	Построение графиков функций.	1	
29, 30	Применение свойств квадратных корней для преобразования выражений	2	
31	Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня	1	
32, 33	Вынесение множителя из под знака квадратного корня. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня	2	
34	Модуль действительного числа. Функция $y= x $	1	
35	Преобразование выражений, содержащих знак квадратного корня	1	
36	Контрольная работа №3		1
37	Доказательство тождеств	1	
	Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$	16	
38	Функция $y = kx^2$ её свойства и график	1	
39	Построение графиков функций. Взаимное расположение графиков функций.	1	
40	Решение уравнений графическим методом.	1	
41	Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график	1	
42	Построение графиков функций. Взаимное расположение графиков функций.	1	
43	Как построить график функции $y=f(x+l)+m$, если известен график функции $y=f(x)$.	1	
44, 45	Построение графиков с помощью преобразований.	2	
46	Функция $y=ax^2+bx+c$, ее свойства и график	1	
47	Построение графиков функций. Взаимное расположение графиков функций.	1	
48	Решение уравнений графическим методом.	1	
49	Графическое решение квадратных уравнений	1	
50	Дробно-линейная функция, её свойства и график	1	
51	Построение графиков с помощью преобразований. Свойства преобразованных функций.	1	
52	Как построить график функции $y= f(x) $ и $y=f(x)$, если известен график функции $y=f(x)$.	1	
53	Контрольная работа №4		1
	Квадратные уравнения	12	
54	Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями. Приведенное и неприведенное квадратные уравнения	1	
55	Решение неполных квадратных уравнений	1	
56, 57	Формулы корней квадратного уравнения	2	
58, 59	Решение квадратных уравнений	2	
60	Теорема Виета. Применение теоремы Виета	1	

61	Решение текстовых задач с помощью уравнений	1	
62	Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	1	
63	Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители	1	
64	Решение текстовых задач с помощью уравнений	1	
65	Контрольная работа №5		1
	Элементы теории делимости	6	
66	Делимость чисел	1	
67	Простые и составные числа	1	
68	Деление с остатком	1	
69	НОК и НОД чисел	1	
70	Основная теорема арифметики натуральных чисел. Каноническое разложение на простые множители	1	
71	Контрольная работа №6		1
	Алгебраические уравнения	16	
72	Многочлены от одной переменной	1	
73	Стандартный вид многочлена, преобразование многочленов	1	
74	Деление многочлена на многочлен. Теорема Безу	1	
75	Разложение многочлена на множители	1	
76	Уравнения высших степеней	1	
77	Решение уравнений	1	
78	Решение уравнений методом замены переменной.	1	
79	Контрольная работа №7	1	
80	Решение дробно-рациональных уравнений	1	
81, 82	Решение уравнений, содержащих знак модуля	2	
83	Решение уравнений графическим методом	1	
84	Иррациональные уравнения	1	
85	Равносильные и неравносильные преобразования. Решение уравнений методом введения новой переменной	1	
86	Решение текстовых задач с помощью уравнений	1	
87	Контрольная работа №8		1
	Неравенства	11	
88	Числовые неравенства	1	
89	Свойства числовых неравенств и их применение.	1	
90	Решение линейных неравенств	1	
91	Графический метод решения неравенств	1	
92	Квадратные неравенства	1	
93	Доказательство неравенств	1	
94, 95	Системы неравенств	2	
96	Приближенные вычисления	1	
97	Стандартный вид положительного числа	1	

98	Контрольная работа №9		1
	Итоговое повторение	7	
99	Решение уравнений методом введения новой переменной	1	
100	Решение текстовых задач	1	
101	Решение неравенств, систем неравенств	1	
102	Итоговая контрольная работа №10		1
103	Анализ контрольной работы	1	
104, 105	Обобщающее повторение	2	

9 класс (алгебра)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	1. Повторение курса алгебры 8-го класса.	3	
1	Действия над многочленами. Формулы сокращённого умножения	1	
2	Рациональные уравнения.	1	
3	Линейные и квадратные неравенства и их системы.	1	
	2. Неравенства с одной переменной. Системы и совокупности неравенств.	19	
4	Рациональные неравенства.	1	
5, 6	Метод интервалов для решения рациональных неравенств. Решение неравенств методом интервалов.	2	
7	Множества и операции над ними.	1	
8, 9	Системы неравенств. Решение систем неравенств.	2	
10, 11	Совокупности неравенств.	2	
12	Решение систем и совокупностей неравенств.	1	
13	Контрольная работа № 1.		1
14, 15	Неравенства с модулями. Решение неравенств с модулями.	2	
16, 17	Иррациональные неравенства. Решение иррациональных неравенств.	2	
18, 19	Рациональные неравенства с параметрами.	2	
20	Неравенства с модулями и с параметрами.	1	
21	Иррациональные неравенства с параметрами.	1	
22	Контрольная работа № 2.		1
	3. Системы уравнений.	21	
23	Уравнения с двумя переменными.	1	
24	График уравнения с двумя переменными.	1	
25	Неравенства с двумя переменными.	1	
26, 27	Множество точек координатной плоскости, заданное неравенствами с двумя переменными.	2	
28	Решение систем уравнений методом подстановки.	1	

29	Решение систем уравнений методом алгебраического сложения.	1	
30	Решение систем уравнений методом введения новых переменных.	1	
31	Решение систем уравнений.	1	
32	Контрольная работа № 3.		1
33	Однородные системы. Решение однородных систем.	1	
34, 35	Симметрические системы. Решение симметрических систем.	1	
36	Иррациональные системы. Решение иррациональных систем.	1	
37	Системы уравнений, как математические модели реальных ситуаций.	1	
38	Текстовые задачи, сводящиеся к системам уравнений.	1	
39	Задачи на движение.	1	
40	Задачи на работу.	1	
41	Задачи на доли и проценты.	1	
42	Решение текстовых задач.	1	
43	Контрольная работа № 4.		1
	4. Числовые функции	14	
44	Определение числовой функции. Область определения функции.	1	
45	Множество значений функции.	1	
46	Способы задания функции.	1	
47 - 49	Свойства функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства. Монотонность функций. Ограниченность функций.	3	
50	Наибольшее и наименьшее значения и экстремумы функций.	1	
51	Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.	1	
52	Четные и нечетные функции. Их свойства. Исследование функции на четность/нечетность.	1	
53	Функции $y=x^n$, $n \in Z$, их свойства и графики.	1	
54	Функции $y=x^n$, $n=2k$, $k \in N$. Функции $y=x^n$, $n=2k+1$, $k \in N$.	1	
55	Функция $y=x^n$, $n \in N$.	1	
56	Функция $y = \sqrt[3]{x}$, ее свойства и график.	1	
57	Контрольная работа № 5.		1
	5. Прогрессия	18	
58	Определение числовой последовательности.	1	
59	Способы задания числовой последовательности	1	
60	Свойства числовых последовательностей.	1	
61	Определение арифметической прогрессии, способы задания, свойства. Формула n -го члена.	1	
62	Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии..	1	

63	Решение задач на арифметическую прогрессию.	1	
64, 65	Определение геометрической прогрессии, способы задания, свойства. Формула n -го члена.	2	
66	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии.	1	
67	Решение задач на геометрическую прогрессию.	1	
68, 69	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.	2	
70	Смешанные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.	1	
71	Решение задач на прогрессии.	1	
72	Метод математической индукции.	1	
73	Доказательств неравенств методом математической индукции.	1	
74	Суммирование.	1	
75	Контрольная работа № 6.		1
	6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.	9	
76	Комбинаторные задачи.	1	
77, 78	Статистика: дизайн информации. Группировка информации. Табличное представление информации. Графическое представление информации.	2	
79	Числовые характеристики данных измерения.	1	
80, 81	Простейшие вероятностные задачи.	2	
82, 83	Экспериментальные данные и вероятности событий	2	
84	Контрольная работа № 7.		1
	7. Повторение курса алгебры 7 – 9 классов	18	
85	Формулы сокращенного умножения.	1	
86, 87	Преобразование алгебраических выражений.	2	
88	Функции и их свойства. Графики функций.	1	
89	Решение алгебраических уравнений.	1	
90	Решение уравнений заменой переменной.	1	
91, 92	Решение систем уравнений с двумя переменными.	2	
93, 94	Решение неравенств и систем неравенств.	2	
95, 96	Прогрессии.	2	
97, 98	Итоговая контрольная работа.		2
99	Анализ ошибок контрольной работы.	2	
100 - 102	Решение задач ОГЭ.	3	

7 класс (геометрия)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	1. Начальные геометрические сведения	10	
1	Точка, прямая, отрезок	1	
2	Луч и угол	1	
3	Сравнение отрезков и углов	1	
4, 5	Измерение отрезков	2	
6	Измерение углов	1	
7 - 9	Перпендикулярные прямые. Решение задач на перпендикулярные прямые	3	
10/	Контрольная работа № 1 по теме «Начальные геометрические сведения»		1
	2. Треугольники	18	
11	Треугольники	1	
12	Первый признак равенства треугольников	1	
13	Решение задач	1	
14	Перпендикуляр к прямой	1	
15	Медиана, биссектриса, высота треугольника.	1	
16	Свойства равнобедренного треугольника.	1	
17	Решение задач на равнобедренный треугольник	1	
18	Второй признак равенства треугольников	1	
19	Третий признак равенства треугольников	1	
20/	Решение задач	1	
21	Окружность. Построение циркулем и линейкой	1	
22, 23	Задачи на построение	2	
24, 25	Решение на признаки равенства треугольников	2	
26	Решение задач на равнобедренный треугольник	1	
27	Подготовка к контрольной работе	1	
28	Контрольная работа № 2 по теме «Треугольники»		1
	3. Параллельные прямые	12	
29	Определение параллельных прямых	1	
30, 31	Признаки параллельности двух прямых	2	
32	Построение параллельных прямых	1	
33, 34	Аксиомы параллельных прямых	2	
35, 36	Теоремы об углах, образованных пересечением двух параллельных прямых третьей	2	
37 - 39	Решение задач на параллельные прямые	3	
40	Контрольная работа №3 по теме «Параллельные прямые»		1
	4. Соотношение между сторонами и углами треугольника	20	
41	Теорема о сумме углов треугольника.	1	
42	Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники	1	
43	Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника	1	

44, 45	Неравенство треугольника. Решение задач	2	
46	Прямоугольный треугольник и его свойства.	1	
47	Признаки равенства прямоугольных треугольников.	1	
48, 49	Решение задач на прямоугольный треугольник	2	
50	Контрольная работа № 4 по теме «Неравенство треугольника. Прямоугольный треугольник»	1	
51	Расстояние от точки до прямой и между параллельными прямыми	1	
52, 53	Построение треугольника трем элементам	2	
54 - 56	Решение задач на построение	3	
57	Решение задач на треугольники	1	
58, 59	Решение задач на треугольники	2	
60	Контрольная работа № 5 по теме «Задачи на построение»		1
	Итоговое повторение	10	
61	Решение задач на признаки равенства треугольников	1	
62	Решение задач на параллельные прямые	1	
63	Соотношение между сторонами и углами треугольника	1	
64	Решение комбинированных задач	1	
65	Подготовка к контрольной работе.	1	
66	Итоговая контрольная работа		1
67, 68	Анализ ошибок контрольной работы	2	
69, 70	Обобщающее повторение	2	

8 класс (геометрия)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Повторение	4	
1	Повторение. Основные понятия геометрии.	1	
2	Повторение. Треугольники и их виды	1	
3	Повторение. Признаки равенства треугольников	1	
4	Решение задач на тему «Повторение»	1	
	Четырехугольники	14	
5,6	Многоугольники. Четырехугольники.	2	
7,8	Параллелограмм. Свойства и признаки.	2	
9,10	Трапеция. Виды трапеций	2	
11,12	Прямоугольник. Свойства и признаки	2	
13,14	Ромб и квадрат.	2	
15,16	Решение задач на четырехугольники	2	
17	Подготовка к контрольной работе по теме «Многоугольники»	1	
18	Контрольная работа №1 по теме «Многоугольника».		1
	Площадь	14	
19,20	Площадь многоугольника.	2	
21,22	Площади параллелограмма	2	

23,24	Площади различных видов треугольников	2	
25,26	Площадь трапеции	2	
27	Площади других многоугольников	1	
28	Теорема Пифагора.	1	
29	Теорема обратная теореме Пифагора	1	
30	Решение задач по теме «Площадь».	1	
31	Контрольная работа № 2 по теме «Площадь».		1
32	Повторение и обобщение материала.	1	
	Подобные треугольники	19	
33,34	Определение подобных треугольников.	2	
35	Свойства подобных треугольников.	1	
36,37	Первый признак подобия треугольников.	2	
38,39	Второй и третий признак подобия треугольников.	2	
40	Решение задач на подобные треугольники.	1	
41	Контрольная работа №3 по теме «Признаки подобия треугольников».		1
42,43	Применения подобия к доказательству теорем.	2	
44,45	Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.	2	
46,47	Применения подобия к решению задач.	2	
48,49	Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.	2	
50	Решение задач по теме «Применение подобия к решению задач».	1	
51	Контрольная работа №4 «Применение подобия к решению задач».		1
	Окружность	17	
52	Окружность. Взаимное расположение прямой и окружности.	1	
53,54	Касательная к окружности и ее свойства	2	
55,56	Центральные углы.	2	
57,58	Вписанные углы	2	
59,60	Четыре замечательные точки треугольника.	2	
61,62	Вписанная окружность, ее свойства.	2	
63,64	Описанная окружность, ее свойства	2	
65,66	Решение задач по теме «Окружность».	2	
67	Контрольная работа № 5 по теме «Окружность».		1
68, 70	Повторение и обобщение материала.	3	

9 класс (геометрия)

Номер урока	Название разделов и тем	Кол-во часов	Контроль
	<i>Повторение с элементами углубления</i>	8	
1	Треугольник. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора.	1	
2	Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.	1	

3	Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике.	1	
4	Значения синуса, тангенса, котангенса для углов 30° , 45° , 60° .	1	
5	Обобщение понятия синуса, косинуса, тангенса, котангенса для прямого, тупого и развернутого углов.	1	
6	Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения.	1	
7	Вычисление площади треугольника, параллелограмма, трапеции.	1	
8	Контрольная работа № 1		1
	<i>Векторы. Метод координат</i>	14	
9	Сложение и вычитание векторов Умножение вектора на число.	1	
10	Признак коллинеарности векторов.	1	
11	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.	1	
12	Координаты вектора.	1	
13	Связь между координатами вектора и координатами его концов.	1	
14	Координаты середины отрезка. Формула длины отрезка.	1	
15,16	Уравнение окружности.	2	
17,18	Уравнение прямой на плоскости, геометрический смысл коэффициентов и свободного члена.	2	
19-21	Решение задач на векторы.	3	
22	Контрольная работа № 2.		1
	<i>Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов</i>	16	
23	Синус, косинус, тангенс. Формулы для вычисления координат точки	1	
24	Теорема о площади треугольника. Площадь параллелограмма.	1	
25,26	Теорема синусов, её следствие.	2	
27,28	Теорема косинусов, её следствие.	2	
29	Решение треугольников. (4 типа задач).	1	
30	Контрольная работа № 3.		1
31,32	Решение треугольников.	2	
33	Угол между векторами.	1	
34	Скалярное произведение векторов, его свойства.	1	
35	Скалярное произведение в координатах.	1	
36	Угол между прямыми.. Решение задач.	1	
37	Точка пересечения прямых. Решение задач.	1	
38	Контрольная работа № 4.		1
	<i>Длина окружности и площадь круга</i>	12	
39	Правильные многоугольники.	1	
40	Окружность, описанная около правильного многоугольника.	1	
41	Окружность, вписанная в правильный многоугольник.	1	
42	Связь стороны и радиусов вписанной и описанной окружностей для правильного многоугольника.	1	

43	Формулы для вычисления площади правильного многоугольника.	1	
44	Решение задач на правильные многоугольники.	1	
45	Контрольная работа № 5		1
46	Длина окружности. Площадь круга.	1	
47	Площадь кругового сектора и кругового сегмента.	1	
48	Свойство хорд и касательных к окружности.	1	
49	Теорема о вписанном угле.	1	
50	Контрольная работа № 6.		1
	<i>Движения</i>	8	
51	Отображение плоскости на себя.	1	
52	Понятие движения.	1	
53	Параллельный перенос.	1	
54	Поворот.	1	
55-57	Решение задач.	3	
58	Контрольная работа № 7.		1
	<i>Повторение. Решение задач</i>	10	
59	Треугольники.	1	
60,61	Четырехугольники.	2	
62	Правильные многоугольники.	1	
63	Окружность.	1	
64	Метод координат.	1	
65, 66	Решение задач ЕГЭ	2	
67	Итоговая контрольная работа.		1
68	Анализ контрольной работы	1	

5 математический и информационно-математический классы

1. Именованные величины (5 ч.)

Единицы измерения. Именованные числа. Сравнения именованных чисел. Действия с именованными числами. Решение практических задач с именованными числами.

2. Целые числа (3 ч)

Числовая ось. Целые числа. Сравнение целых чисел. Действия с целыми числами. Решение задач на действия с целыми числами.

3. Математический язык (8 ч)

Математическая модель реальной ситуации. Работа с математическими моделями. Решение задач с лишними и недостающими условиями. Решение задач с неявными условиями. Составление задач по готовой математической модели. Использование электронных вычислительных средств на уроках математики.

4. Элементы теории вероятностей (6 ч)

Комбинаторные задачи. Полный перебор вариантов. Комбинаторные правила. Решение комбинаторных задач. Доли и обыкновенные дроби в практических задачах. Классическое определение вероятности. Решение задач на классическое определение вероятности. Лотереи с математической точки зрения.

5. Задачи на наилучший выбор (4 ч)

Учет и экономия времени. Выбор наилучшего тарифа. Выбор наилучшего маршрута.

6. Проценты (3 ч)

Проценты, скидки и наценки. Нахождение процента от числа и числа по известным процентам. Нахождение процента от числа и числа по известным процентам.

7. Анализ числовых данных (6 ч)

Сбор и первичный анализ данных. Способы представления информации. Графическое представление информации. Диаграмма, гистограмма. Использование электронных таблиц для обработки данных

5 лингво-математический класс

1. Занимательные и провоцирующие задачи (3 ч.)

Знакомство со спецификой комбинаторных и логических задач. Упорядочение. Нахождение закономерностей.

2. Основные комбинаторные правила (5 ч.)

Понятие о перечислительных комбинаторных задачах. Правила суммы и произведения, как основные принципы решения перечислительных комбинаторных задач.

3. Перечисление комбинаторных конфигураций (8 ч.)

Понятие о комбинаторных конфигурациях. Знакомство с простейшими типами перечислительных комбинаторных задач (подсчет числа перестановок, размещений, сочетаний по два, числа подмножеств данного множества).

4. Логические методы в комбинаторике (5 ч.)

Классические задачи на метод включения и исключения. Знакомство с простейшими (прямыми и обратными) комбинаторно-логическими задачами и методами их решения. Понятие графа. Метод точечных графов. Круги Эйлера.

5. Элементы логики (14 ч.)

Выражения, предикаты, высказывания и их преобразования. Азбука рассуждений, истина, ложь. Понятия: следует; не следует; если; то; и; или. Решение задач о переправах и разъездах, на переливание, взвешивание и отыскание фальшивой монеты. Табличный

метод решения логических задач. Решение задач с помощью графов. Решение задач с помощью кругов Эйлера. Знакомство с софизмами.

6 математический (информационно-математический) класс

1. Делимость (5 ч.)

Использование свойств делимости чисел при решении задач. Задачи, решаемые в целых числах. Делимость суммы и произведения

2. Рейтинги (4 ч.)

Средние показатели. Весовые коэффициенты. Составление рейтингов. Составление рейтинговых таблиц с помощью компьютера.

3. Проценты (13 ч.)

Практическая работа по теме «Проценты вокруг нас». Налоги и выплаты. Простые и сложные проценты. Способы вычисления простых и сложных процентов. Вклады и кредиты. Инварианты в задачах с процентами. Пропорциональное деление величин. Решение задач на пропорциональное деление величин.

4. Измерения фигур (9 ч.)

Измерение площадей составных фигур. Формула Пика для подсчета площадей фигур на клетчатой бумаге. Вычисление объема составных тел. Практическая работа по вычислению объемов составных тел. Масштаб. Работа с географическими картами. Определение углов и расстояний на карте. Способы подсчета площадей географических объектов.

5. Графики (4 ч.)

Практическая работа на построение графиков реальных процессов с помощью.

7 математический (информационно-математический) класс

1. Координатная плоскость (1 ч.)

Координатная прямая. Координатная плоскость.

2. Математическая модель задачи (5 ч.)

Составление математической модели реальной ситуации. Работа с математической моделью задачи. Математическая модель задачи с меняющимися условиями. Задачи-оценки.

3. Понятие параметра (8 ч.)

Понятие параметра. Решение линейных уравнений с параметром. Графический метод решения линейных уравнений с параметрами. Применение вычислительных средств в графическом методе решения линейных уравнений с параметрами. Линейное уравнение с двумя переменными. Линейная зависимость в задачах на движение. Решение задач на движение при помощи электронных таблиц.

4. Практические задачи (15 ч.)

Решение задач с физическим смыслом. Решение задач с химическим смыслом. Решение экономических задач. Решение задач на оптимальный выбор. Симметрия. Решение геометрических задач на оптимальный выбор. Геометрические задачи на построения с применением компьютера. Решение систем линейных уравнений с помощью вычислительных средств. Системы линейных уравнений при решении практических задач. Системы линейных уравнений при решении практических задач.

5. Системы линейных уравнений с параметрами (6 ч.)

Системы линейных уравнений при решении задач с меняющимися условиями. Решение систем линейных уравнений с параметром. Практическая работа «Решение систем линейных уравнений с параметром» при помощи вычислительных средств.

7 лингво-математический класс

1. Задачи, решаемые с помощью схем и таблиц (8 ч.)

Решение логических задач с помощью кругов Эйлера. Выделение элемента множества с помощью системы вопросов. Блок-схемы и взвешивания. Емкости и переливания. Задачи, решаемые с помощью схем. Задачи, решаемые по трафаретам. Табличный метод решения логических задач.

2. Задачи с отношениями (7 ч.)

Задачи с транзитивными отношениями. Задачи с некорректными условиями. Задачи с отношением равенства. Задачи с нетранзитивными отношениями. Задачи с несколькими отношениями. Задачи на сравнение элементов в отношениях.

3. Задачи на маневрирование (2 ч)

Переправы. Задачи о разъездах.

4. Задачи, решаемые с помощью графов (3 ч.)

Метод построения дерева решения комбинаторных задач. Решение логических задач на соответствия методом графов. Графы и задачи на переливания.

5. Перебор в логических задачах (7 ч.)

Разберем все варианты. Логика перебора. Организованный перебор. Как сделать перебор короче? Решение задач на перебор возможных вариантов. Подбор правильного ответа и доказательство отсутствия других ответов.

6. Занимательная криптография (8 ч.)

Сбежали цифры. Математические ребусы. Магические квадраты. Лингвистические задачи. Кодирование и декодирование.

8 математический класс

1. Повторение (2 ч.)

Преобразование выражений с помощью формул сокращенного умножения. Линейные уравнения и их системы.

2. Рациональные дроби (5 ч.)

Рациональные выражения. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями. Умножение дробей. Возведение дроби в степень. Преобразование рациональных выражений. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график.

3. Квадратные корни (6 ч.)

Уравнение $x^2 = a$. Свойства арифметического квадратного корня. Квадратный корень из степени. Обобщение материала по теме. Подготовка к контрольной работе. Внесение множителя под знак корня. Преобразование выражений, содержащих квадратный корень.

4. Квадратные уравнения (7 ч.)

Решение квадратных уравнений выделением квадрата двучлена. Решение квадратных уравнений по формулам. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений. Применение теоремы Виета. Решение дробных рациональных уравнений. Решение задач с помощью рациональных уравнений. Графический способ решения уравнений.

5. Неравенства (6 ч.)

Сложение числовых неравенств. Доказательство неравенств. Решение задач на линейные неравенства. Решение линейных неравенств с одной переменной. Решение систем линейных неравенств. Решение совокупностей линейных неравенств. Решение задач на системы и совокупности линейных неравенств.

6. Степень с целым показателем (3 ч.)

Свойства степени с целым показателем. Стандартный вид числа. Преобразование выражений, содержащих степень.

7. Элементы статистики (1 ч.)

Наглядное представление статистической информации.

1. Повторение с элементами углубления (5 ч.)

8 лингво-математический класс, информационно-математический класс.

Введение в теорию множеств (9 часов)

Понятие множества. Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства. Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры. Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства. Законы де Моргана. Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества. Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества. Правила суммы и произведения конечных множеств. Метод включения и исключения.

Элементы комбинаторики (7 часов)

Комбинаторные задачи. Перебор возможных вариантов. Сочетания. Число сочетаний. Размещения. Число размещений. Перестановки и факториал. Число перестановок.

Начальные сведения статистики и теории вероятностей (9 часов)

Способы представления данных. Статистические характеристики набора данных. Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события. Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей. Несовместные, противоположные и независимые события. Сложение и умножение вероятностей.

Элементы логики (10 часов)

Основные понятия логики. Решение логических задач методом рассуждения. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера. Решение логических задач методом составления таблиц. Утверждения. Противоположные утверждения. Прямое и обратное утверждения. Достаточные и необходимые условия

9 математический класс

1. Степень с рациональным показателем (13 ч.)

Определение и свойства корня n -й степени. Определение и свойства степени с дробно-рациональным показателем. Преобразование выражений с дробно-рациональным показателем.

2. Тригонометрические выражения и их преобразование (21 ч.)

Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса и их свойства. Радианная мера угла. Соотношение между тригонометрическими функциями угла и их применение в преобразованиях выражений. Формулы сложения. Преобразование тригонометрических выражений.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 математический (информационно-математический) класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
	<i>Именованные величины</i>	5	
1	Единицы измерения. Именованные числа	1	
2	Сравнения именованных чисел	1	
3	Действия с именованными числами	1	
4	Решение практических задач с именованными числами	1	
5	Практическая работа «Часовые пояса»		1
	<i>Целые числа</i>	3	
7	Числовая ось. Целые числа	1	
8	Сравнение целых чисел. Действия с целыми числами	1	
9	Решение задач на действия с целыми числами	1	
	<i>Математический язык</i>	8	
9	Математическая модель реальной ситуации	1	
10	Работа с математическими моделями	1	
11	Решение задач с лишними и недостающими условиями	1	
12	Решение задач с неявными условиями	1	
13	Составление задач по готовой математической модели	1	
14-15	Использование электронных вычислительных средств на уроках математики	2	
16	Практическая работа с использованием вычислительных средств		1
	<i>Элементы теории вероятностей</i>	6	
17	Комбинаторные задачи. Полный перебор вариантов	1	
18	Комбинаторные правила. Решение комбинаторных задач	1	
19	Доли и обыкновенные дроби в практических задачах.	1	
20	Классическое определение вероятности	1	
21	Решение задач на классическое определение вероятности	1	
22	Лотереи с математической точки зрения	1	
	<i>Задачи на наилучший выбор</i>	4	
23	Учет и экономия времени	1	
24	Выбор наилучшего тарифа	1	
25	Выбор наилучшего маршрута	1	
26	Практическая работа		1
	<i>Проценты</i>	3	
27	Проценты, скидки и наценки	1	
28-29	Нахождение процента от числа и числа по известным процентам	2	
	<i>Анализ числовых данных</i>	6	
30	Сбор и первичный анализ данных	1	
31	Способы представления информации	1	

32	Графическое представление информации. Диаграмма, гистограмма	1	
33	Использование электронных таблиц для обработки данных	1	
34	Практическая работа		1
35	Практическая работа		1
		30	5

5 лингво-математический класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	1. Занимательные и провоцирующие задачи	3	
1	Веселая разминка	1	
2	Упорядочение	1	
3	Нахождение закономерностей	1	
	2. Основные комбинаторные правила	5	
4	Перечислительные комбинаторные задачи	1	
5	Правила суммы и произведения	1	
6	Решения задач на правило суммы	1	
7	Решения задач на правило произведения	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
	3. Перечисление комбинаторных конфигураций	8	
9	Комбинаторные конфигурации	1	
10	Множество и выборка	1	
11	Факториал. Подсчет числа перестановок	1	
12	Подсчет числа размещений	1	
13	Подсчет числа сочетаний по два	1	
14	Подсчет числа подмножеств данного множества	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1
16	Решение задач на перечисление комбинаторных конфигураций	1	
	4. Логические методы в комбинаторике	5	
17	Классические задачи на метод включения и исключения	1	
18	Методы решения простейших комбинаторно-логических задач	1	
19	Понятие графа. Метод точечных графов	1	
20	Круги Эйлера	1	
21	Контрольный урок		1
	5. Элементы логики	14	
22	Выражения и предикаты	1	
23	Высказывания и их преобразования	1	
24	Азбука рассуждений, истина, ложь. Понятия: следует; не следует; если; то; и; или	1	
25	Контрольная работа за 3 четверть		1
26	Задачи о переправах и разъездах	1	
27	Решение задач на взвешивание	1	

28	Решение задач на переливание	1	
29	Табличный метод решения логических задач	1	
30	Решение задач с помощью графов	1	
31	Решение задач с помощью кругов Эйлера	1	
32	Знакомство с софизмами	1	
33	Итоговая контрольная работа		1
34	Анализ контрольной работы	1	
35	Защита творческой зачетной работы (1 час)		1
	Итого часов:	29	6

6 математический (информационно-математический) класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
	<i>Делимость</i>	5	
1	Использование свойств делимости чисел при решении задач	1	
2-3	Задачи, решаемые в целых числах	2	
4	Делимость суммы и произведения	1	
5	Практическое занятие по теме «Делимость»		1
	<i>Рейтинги</i>	4	
6	Средние показатели	1	
7	Весовые коэффициенты. Составление рейтингов	1	
8	Составление рейтинговых таблиц с помощью компьютера	1	
9	Практическое занятие на составление рейтингов		1
	<i>Проценты</i>	13	
10	Практическая работа по теме «Проценты вокруг нас»		1
11	Налоги и выплаты	1	
12	Простые и сложные проценты	1	
13	Способы вычисления простых и сложных процентов	1	
14	Вклады и кредиты	1	
15-16	Практическая работа по теме «Проценты» с использованием электронных таблиц		2
17-18	Инварианты в задачах с процентами	2	
19	Практическая работа по теме «Инварианты в задачах с процентами»	1	
20	Пропорциональное деление величин	1	
21	Решение задач на пропорциональное деление величин	1	
22	Практическая работа на пропорциональное деление величин	1	
	<i>Измерения фигур</i>	9	
23	Измерение площадей составных фигур	1	
24	Формула Пика для подсчета площадей фигур на клетчатой бумаге	1	
25	Практическая работа по нахождению площадей фигур		1
26	Вычисление объема составных тел	1	
27	Практическая работа по вычислению объемов составных тел		1
28	Масштаб. Работа с географическими картами	1	
29	Определение углов и расстояний на карте	1	

30	Способы подсчета площадей географических объектов	1	
31	Практическая работа по географическим картам		1
	Графики	4	
32-33	Применение графиков на практике	1	1
34	Практическая работа на построение графиков реальных процессов с помощью вычислительных средств		1
35	Итоговое занятие	1	
		25	10

7 математический (информационно-математический) класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
	Координатная плоскость	1	
1	Координатная прямая. Координатная плоскость.	1	
	Математическая модель задачи	5	
2	Составление математической модели реальной ситуации	1	
3-4	Работа с математической моделью задачи	1	1
5	Математическая модель задачи с меняющимися условиями	1	
6	Задачи-оценки	1	
	Понятие параметра	8	
7	Понятие параметра	1	
8-9	Решение линейных уравнений с параметром	1	1
10	Графический метод решения линейных уравнений с параметрами	1	
11	Применение вычислительных средств в графическом методе решения линейных уравнений с параметрами	1	
12	Линейное уравнение с двумя переменными	1	
13	Линейная зависимость в задачах на движение	1	
14	Решение задач на движение при помощи электронных таблиц	1	
	Практические задачи	15	
15-16	Решение задач с физическим смыслом	1	1
17-18	Решение задач с химическим смыслом	1	1
19-21	Решение экономических задач	2	1
22	Решение задач на оптимальный выбор.	1	
23-24	Симметрия. Решение геометрических задач на оптимальный выбор	1	1
25-26	Геометрические задачи на построения с применением компьютера	1	1
27	Решение систем линейных уравнений с помощью вычислительных средств	1	
28	Системы линейных уравнений при решении практических задач.	1	
29	Системы линейных уравнений при решении практических задач.	1	
	Системы линейных уравнений с параметрами	6	
30-31	Системы линейных уравнений при решении задач с меняющимися условиями.	1	1
32-33	Решение систем линейных уравнений с параметром	1	1

34	Практическая работа «Решение систем линейных уравнений с параметром» при помощи вычислительных средств.		1
35	Итоговое занятие	1	
		25	10

7 лингво-математический класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Задачи, решаемые с помощью схем и таблиц	8	
1	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера	1	
2	Выделение элемента множества с помощью системы вопросов	1	
3	Блок-схемы и взвешивания	1	
4	Емкости и переливания	1	
5	Задачи, решаемые с помощью схем	1	
6	Задачи, решаемые по трафаретам	1	
7	Табличный метод решения логических задач	1	
8	Контрольный урок		1
	Раздел 2. Задачи с отношениями	7	
9	Задачи с транзитивными отношениями	1	
10	Задачи с некорректными условиями	1	
11	Задачи с отношением равенства	1	
12	Задачи с нетранзитивными отношениями	1	
13	Задачи с несколькими отношениями	1	
14	Задачи на сравнение элементов в отношениях	1	
15	Контрольный урок		1
	Раздел 3. Задачи на маневрирование	2	
16	Переправы		
17	Задачи о разъездах		
	Раздел 4. Задачи, решаемые с помощью графов	3	
18	Метод построения дерева решения комбинаторных задач	1	
19	Решение логических задач на соответствия методом графов	1	
20	Графы и задачи на переливания	1	
	Раздел 5. Перебор в логических задачах	7	
21	Разберем все варианты	1	
22	Логика перебора	1	
23	Организованный перебор	1	
24	Как сделать перебор короче?	1	
25	Решение задач на перебор вариантов	1	
26	Подбор правильного ответа и доказательство отсутствия других ответов	1	
27	Контрольный урок		1
	Раздел 6. Занимательная криптография	8	
28	Сбежали цифры	1	
29/2	Математические ребусы	1	

30/3	Магические квадраты	1	
31/4	Лингвистические задачи	1	
32/5	Кодирование и декодирование	1	
33/6	Контрольный урок		1
34/7	Защита творческой работы		1
35/8	Итоговое занятие	1	

8 математический класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Повторение	2	
1	Преобразование выражений с помощью формул сокращенного умножения.	1	
2	Линейные уравнения и их системы.	1	
	1. Рациональные дроби	5	
3	Функция $y=k/x$ и её график. Рациональные выражения.	1	
4	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.	1	
5	Умножение дробей. Возведение дроби в степень.	1	
6, 7	Преобразование рациональных выражений.	2	
	2. Квадратные корни	6	
8	Уравнение $x^2 = a$.	1	
9	Свойства арифметического квадратного корня.	1	
10	Квадратный корень из степени.	1	
11	Обобщение материала по теме. Подготовка к контрольной работе.	1	
12	Внесение множителя под знак корня.	1	
13	Преобразование выражений, содержащих квадратный корень.	1	
	3. Квадратные уравнения	7	
14	Решение квадратных уравнений выделением квадрата двучлена.	1	
15	Решение квадратных уравнений по формулам.	1	
16	Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.	1	
17	Применение теоремы Виета.	1	
18	Решение дробных рациональных уравнений.	1	
19	Решение задач с помощью рациональных уравнений	1	
20	Графический способ решения уравнений	1	
	4. Неравенства	6	
21	Сложение числовых неравенств.	1	
22	Доказательство неравенств.	1	
23	Решение задач на линейные неравенства.	1	
24	Решение линейных неравенств с одной переменной.	1	
25	Решение совокупностей неравенств.	1	
26	Решение задач на системы и совокупности линейных неравенств.	1	

	5. Степень с целым показателем	3	
27	Свойства степени с целым показателем	1	
28, 29	Преобразование выражений, содержащих степень.	2	
	6. Элементы статистики	1	
30	Наглядное представление статистической информации.	1	
	7. Повторение с элементами углубления	5	
31	Преобразование графиков функций (движение)	1	
32	Преобразование алгебраических выражений.	1	
33	Решение линейных неравенств и их систем.	1	
34	Решение систем и совокупностей линейных неравенств	1	
35	Итоговое занятие	1	

8 лингво-математический класс, информационно-математический класс

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков.	Кол-во часов	Контроль
	<i>Введение в теорию множеств</i>	9	
1	Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства.	1	
2	Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры.	1	
3	Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства.	1	
4	Законы де Моргана.	1	
5	Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества.	1	
6	Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества.	1	
7	Правила суммы и произведения конечных множеств.	1	
8	Метод включения и исключения.	1	
9	Контрольная работа № 1.		1
	<i>Элементы комбинаторики</i>	7	
10, 11	Сочетания. Число сочетаний.	2	
12, 13	Размещения. Число размещений	2	
14, 15	Перестановки и факториал. Число перестановок	2	
16	Контрольная работа № 2.		1
	<i>Начальные сведения статистики и теории вероятностей</i>	9	
17	Способы представления данных	1	
18	Статистические характеристики набора данных	1	
19	Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события.	1	
20, 21	Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей	2	
22	Решение задач на классическое определение вероятностей	1	
23	Несовместные, противоположные и независимые события.	2	
24	Сложение и умножение вероятностей.		

25	Контрольная работа № 3.		1
	<i>Элементы логики</i>	10	
26	Основные понятия логики.	1	
27	Решение логических задач методом рассуждения.	1	
28	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера.	1	
29, 30	Решение логических задач методом составления таблиц.	2	
31	Утверждения. Противоположные утверждения.	1	
32	Прямое и обратное утверждения.	1	
33	Достаточные и необходимые условия	1	
34	Контрольная работа № 4.		1
35	Обобщающее занятие	1	

9 математический, информационно-математический классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	I. Степенная функция и корень n-ой степени	13	
1	Функция $y=x^n$, её свойства и график.	1	
2	Арифметический корень n -ой степени.	1	
3	Свойства арифметического корня n -ой степени.	1	
4, 5	Преобразование иррациональных выражений.	2	
6	Определение степени с рациональным показателем.	1	
7, 8	Свойства степени с рациональным показателем.	2	
9	Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.	1	
10 - 12	Преобразование иррациональных выражений.	3	
13	Контрольная работа № 1.		1
	II. Тригонометрические выражения,	21	
14	Единичная окружность. Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.	1	
15	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.	1	
16, 17	Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса.	2	
18	Основные тригонометрические формулы.	1	
19	Применение основных тригонометрических формул.	1	
20	Формулы приведения.	1	
21, 22	Применение формул приведения.	2	
23	Формулы сложения.	1	
24	Применение формул сложения	1	
25	Формулы двойного угла.	1	
26	Формулы половинного угла и формулы понижения степени.	1	
27	Применение формул двойного и половинного угла.	1	
28 - 31	Преобразование тригонометрических выражений.	4	
32	Контрольная работа № 2		1
33, 34	Итоговое занятие.	2	

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

5 класс

В результате освоения курса математики 5 класса программа позволяет добиваться следующих результатов освоения образовательной программы основного общего образования:

личностные:

- 1) ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- 2) формирования коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- 3) умения ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- 4) первоначального представления о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- 5) критичности мышления, умения распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 6) креативности мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;
- 7) умения контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 8) формирования способности к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

метапредметные:

- 1) способности самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- 2) умения осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;
- 3) способности адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- 4) умения устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- 5) умения создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- 6) развития способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;
- 7) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);
- 8) первоначального представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;
- 9) развития способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- 10) умения находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- 11) умения понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

- 12) умения выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;
- 13) понимания сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- 14) умения самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- 15) способности планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

предметные:

Учащийся научится в 5 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне)

Числа

- Выполнять устно арифметические действия: сложение и вычитание двузначных чисел и десятичных дробей с двумя знаками; умножение однозначных чисел, однозначного на двузначное число; деление на однозначное число, десятичной дроби с двумя знаками на однозначное число;
- Переходить от одной формы записи чисел к другой;
- Находить значения числовых выражений, содержащих целые числа и десятичные дроби;
- Округлять целые числа и десятичные дроби, выполнять оценку числовых выражений;
- Пользоваться основными единицами длины, времени, скорости, площади объема; переводить одни единиц измерения в другие;
- Решать тестовые задачи, включая задачи, связанные с дробями и процентами.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения несложных практических задач, в том числе с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора;
- устной прикидки и оценки результата вычислений, проверки результата вычисления с использованием различных приемов;
- интерпретации результатов решения задач с учетом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений.
- Переводить условие задачи на математический язык;
- Использовать методы работы с простейшими математическими моделями;
- Осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления;
- Изображать числа точками на координатном луче;
- Определять координаты точки на координатном луче;
- Составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач, осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления;

Текстовые задачи

- Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;
 - строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трех взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи;
 - осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию;
 - составлять план решения задачи;
 - выделять этапы решения задачи;

- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки;
- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части;
- решать задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;
- находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное отношение двух чисел, находить процентное снижение или процентное повышение величины;
- решать несложные логические задачи методом рассуждений.

Статистика и теория вероятностей

- Представлять данные в виде таблиц, диаграмм,
- читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы.

Наглядная геометрия

Геометрические фигуры

• Оперировать на базовом уровне понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырехугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар. Изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки и циркуля.

- Распознавать на чертежах, моделях и в окружающей обстановке основные пространственные тела;
- Вычислять площади, периметра, объемы простейших геометрических фигур по формулам.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения несложных геометрических задач, связанных с нахождением геометрических величин
- построений геометрическими инструментами.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи с применением простейших свойств фигур.

Измерения и вычисления

- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади прямоугольников;
- выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни.

История математики

- описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов, в связи с отечественной и всемирной историей.

Учащийся получит возможность научиться в 5 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность,

• определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств; задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать логически некорректные высказывания;
- строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики.

Текстовые задачи

• выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомых величин в задаче (делать прикидку)

- Решать текстовые задачи алгебраическими методами.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- Выполнения расчетов по формулам, составления формул, выражающих зависимость между реальными величинами.

Геометрические фигуры

- Пользоваться геометрическим языком для описания предметов окружающего мира;
- Распознавать и изображать геометрические фигуры, различать их взаимное расположение;
- выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни.

6 класс

В направлении личностного развития:

- Познавательный интерес, установка на поиск способов решения математических задач;
- Готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления, события, факта);
- Способность характеризовать собственные знания, устанавливать какие из предложенных задач могут быть решены;
- Критичность мышления.

В направлении метапредметного развития:

- Способность находить необходимую информацию и представлять ее в различных формах (моделях);
- Способность планировать и контролировать свою учебную деятельность, прогнозировать результаты;
- Способность работать в команде, умение публично предъявлять свои образовательные результаты.

Предметные результаты

Учащийся научится в 6 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Числа

- Оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных;
- понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приемов рациональных вычислений, обосновывать алгоритмы выполнения действий;

- использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения чисел при выполнении вычислений и решении задач, обосновывать признаки делимости;
- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенных и десятичных дробей;
- находить НОД и НОК чисел и использовать их при решении задач;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;
- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;
- составлять числовые выражения и оценивать их значения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство.

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое,
- извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;
- составлять таблицы, строить диаграммы на основе данных.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение); выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов.
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.
- Наглядная геометрия
- Геометрические фигуры
- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью компьютерных инструментов.
- Измерения и вычисления
- выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников, квадратов, объемы прямоугольных параллелепипедов, кубов.
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:
- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади участков прямоугольной формы, объемы комнат;
- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.
- История математики
- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей.

Учащийся получит возможность научиться в 6 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях).

Элементы теории множеств и математической логики

- оперировать понятиями: множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность,
- определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств; задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- распознавать логически некорректные высказывания;
- строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики.

Числа

- Оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных;
- понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа;
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приемов рациональных вычислений, обосновывать алгоритмы выполнения действий;
- использовать признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, суммы и произведения чисел при выполнении вычислений и решении задач, обосновывать признаки делимости;

- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенных и десятичных дробей;
- оперировать понятием модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;
- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;
- составлять числовые выражения и оценивать их значения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, корень уравнения, решение уравнения, числовое неравенство.

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое,
- извлекать, информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;
- составлять таблицы, строить диаграммы на основе данных.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение); выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать

новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;

- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

Наглядная геометрия

- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью компьютерных инструментов.
- вычислять площади прямоугольников, квадратов, объемы прямоугольных параллелепипедов, кубов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей.

7 класс

В направлении личностного развития:

- Сформированность ответственного отношения к учению; уважительного отношения к труду
- Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению

В направлении метапредметного развития:

- Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:
- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- выделять общую точку зрения в дискуссии;
- договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;

Предметные результаты

Учащийся научится в 7 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать на базовом уровне понятиями: множество, элемент множества, подмножество, принадлежность;
- задавать множества перечислением их элементов;
- находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;
- оперировать на базовом уровне понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство;
- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики;
- использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений.

Числа

- Оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел
- выполнять вычисления, в том числе с использованием приемов рациональных вычислений;
- выполнять округление рациональных чисел с заданной точностью;
- представлять рациональное число в виде десятичной дроби
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;
- записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерения.

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем
- выполнять преобразования целых выражений: действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение);
- выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, использование формул сокращенного умножения;
- выделять квадрат суммы и разности одночленов;
- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

Уравнения

- решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;
- решать несложные уравнения в целых числах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных уравнений и систем линейных уравнений при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции,
- составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана.

- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля;
- применять правило произведения при решении комбинаторных задач;
- представлять информацию с помощью кругов Эйлера;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция,

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. проводить простые вычисления на объемных телах;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для решения задач.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;

- понимать роль математики в развитии России.

Учащийся получит возможность научиться в 7 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.
- свободно оперировать понятиями: определение, теорема, аксиома, множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств;
- изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера;
- определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;
- задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания;
- свободно оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликации);
- строить высказывания, отрицания высказываний.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи;
- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию);
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- анализировать затруднения при решении задач;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;

- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задач указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;

- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;

- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;

- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;

- доказывать геометрические утверждения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция,

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Геометрические построения

- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для решения задач.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;

- понимать роль математики в развитии России.

8 класс

В направлении личностного развития:

Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания

В направлении метапредметного развития:

- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);

- определять потенциальные затруднения при решении учебной и

познавательной задачи и находить средства для их устранения;

- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;

Предметные результаты

Учащийся научится в 8 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Числа

- Оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- сравнивать рациональные и иррациональные числа;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;
- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений;

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- раскладывать на множители квадратный трехчлен;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;
- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;

Уравнения и неравенства

- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;
- решать дробно-линейные уравнения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств, при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств, при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;

- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции.
- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$;
- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции $y=f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx+b)+c$;
- исследовать функцию по ее графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;
- использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов.

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля;
- применять правило произведения при решении комбинаторных задач;
- представлять информацию с помощью кругов Эйлера;
- решать задачи на вычисление вероятности с подсчетом количества вариантов с помощью комбинаторики.

Учащийся научится:

- основным терминам в теории множеств и математической логики.
- основным терминам, связанным с комбинаторикой; основные комбинаторные соотношения;
- основным терминам, связанным со статистикой и теорией вероятностей; основным формулам теории вероятностей
- записывать конечные числовые множества, указывать их элементы, производить простейшие операции над ними;
- записывать бесконечные числовые множества, производить простейшие операции над ними;
- выделять подмножества и отдельные элементы по какому-либо признаку и устанавливать простейшие соответствия между множествами и отношения на множестве.

- решать логические задачи методом рассуждений;
- решать логические задачи табличным методом;
- решать логические задачи методом кругов Эйлера
- решать простейшие комбинаторные задачи при помощи правил суммы и произведения, метода включения-исключения;
- оперировать с неупорядоченными и упорядоченными подмножествами конечных множеств и мультимножеств;
- находить число сочетаний, размещений и перестановок без повторений.
- пользоваться основными понятиями и элементарными сведениями дискретной теории вероятностей;
- решать простейшие задачи, связанные с нахождением вероятностей случайных событий и характеристик случайных величин.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади многоугольников.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;

- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;

- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;

- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;

- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

Учащийся получит возможность научиться в 8 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;

- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;

- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;

выполнять преобразования выражений, содержащих модуль

Уравнения и неравенства

- решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;

- решать несложные квадратные уравнения с параметром;

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;

- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;

- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;

- анализировать затруднения при решении задач;

- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;

- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;

- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;

- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

Учащийся сможет научиться:

- способам задания множеств и их подмножеств; определению свойств бесконечных множеств;
- специфике логических задач; методам решения простейших логических задач;
- специфике комбинаторных задач; методам решения простейших комбинаторных задач;
- представлению о случайном эксперименте и о случайных событиях в окружающем мире; о методах решения простейших статистических и вероятностных задач

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равновеликости и равноставленности;
- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

9 класс

В направлении личностного развития:

Освоенность социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В направлении метапредметного развития:

- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.
- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;

Предметные результаты

Выпускник научится в 9 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;
- выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: уравнение, неравенство, корень уравнения, решение неравенства, равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств);
- решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным с помощью тождественных преобразований;
- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;
- решать дробно-линейные уравнения;
- решать уравнения вида $x^n = a$;
- использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств;

• решать простейшие иррациональные уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$;

- решать уравнения вида $x^n = a$;
- решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;
- решать несложные квадратные уравнения с параметром;
- решать несложные системы линейных уравнений с параметрами;
- решать несложные уравнения в целых числах.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, четность/нечетность функции;
- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$;
- исследовать функцию по ее графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;
- оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;
- решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;

Текстовые задачи

- Решать простые задачи разных типов;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;
- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи;
- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;
- решать разнообразные задачи «на части»,

- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задач указанных типов;
- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;
- определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи;
- оценивать вероятность реальных событий и явлений.

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многоступенчатых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равенств и равносоставленности;

- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;

- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Выпускник получит возможность научиться в 9 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Уравнения и неравенства

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3 и 4 степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

- знать теорему Виета для уравнений степени выше второй;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;

- владеть разными методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;

- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;

- владеть разными методами доказательства неравенств;

- решать уравнения в целых числах;

- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- Свободно оперировать понятиями: зависимость, функциональная зависимость, зависимая и независимая переменные, функция, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, наибольшее и наименьшее значения, четность/нечетность функции, периодичность функции, график функции, вертикальная, горизонтальная, наклонная асимптоты; график зависимости, не являющейся функцией,
- строить графики функций: линейной, квадратичной, дробно-линейной, степенной при разных значениях показателя степени, $y = |x|$;
- использовать преобразования графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx + b) + c$;
 - анализировать свойства функций и вид графика в зависимости от параметров;
 - свободно оперировать понятиями: последовательность, ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность, предел последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, характеристическое свойство арифметической (геометрической) прогрессии;
 - использовать метод математической индукции для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость;
 - исследовать последовательности, заданные рекуррентно;
 - решать комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать и исследовать функции, соответствующие реальным процессам и явлениям, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой исследуемого процесса или явления;
- использовать графики зависимостей для исследования реальных процессов и явлений;
- конструировать и исследовать функции при решении задач других учебных предметов, интерпретировать полученные результаты в соответствии со спецификой учебного предмета.

Статистика и теория вероятностей

- Свободно оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость;
- выбирать наиболее удобный способ представления информации, адекватный ее свойствам и целям анализа;
- вычислять числовые характеристики выборки;
- свободно оперировать понятиями: факториал числа, перестановки, сочетания и размещения, треугольник Паскаля;
- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение

вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- свободно оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями, основные комбинаторные формулы;

- знать примеры случайных величин, и вычислять их статистические характеристики;

- использовать формулы комбинаторики при решении комбинаторных задач;

- решать задачи на вычисление вероятности в том числе с использованием формул.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- представлять информацию о реальных процессах и явлениях способом, адекватным ее свойствам и цели исследования;

- анализировать и сравнивать статистические характеристики выборок, полученных в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления, решения задачи из других учебных предметов;

- оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях.

Текстовые задачи

- Решать простые и сложные задачи, а также задачи повышенной трудности и выделять их математическую основу;

- распознавать разные виды и типы задач;

- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач и задач повышенной сложности для построения поисковой схемы и решения задач, выбирать оптимальную для рассматриваемой в задаче ситуации модель текста задачи;

- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения сложных задач разные модели текста задачи;

- знать и применять три способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию, комбинированный);

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;

- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;

- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;

- анализировать затруднения при решении задач;

- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;

- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;

- изменять условие задач (количественные или качественные данные), исследовать измененное преобразованное;

- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях, конструировать новые ситуации на основе изменения условий задачи при движении по реке;

- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;

- решать разнообразные задачи «на части»;

- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов;
- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации, использовать их в новых ситуациях по отношению к изученным в процессе обучения;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;
- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;
- решать несложные задачи по математической статистике;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- конструировать новые для данной задачи задачные ситуации с учетом реальных характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества; решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета;
- конструировать задачные ситуации, приближенные к реальной действительности.

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- формулировать и доказывать геометрические утверждения.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Отношения

- Владеть понятием отношения как метапредметным;
- свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы

между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;

- использовать свойства подобия и равенства фигур при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для построения и исследования математических моделей объектов реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Свободно оперировать понятиями длина, площадь, объем, величина угла как величинами, использовать равновеликость и равносоставленность при решении задач на вычисление, самостоятельно получать и использовать формулы для вычислений площадей и объемов фигур, свободно оперировать широким набором формул на вычисление при решении сложных задач, в том числе и задач на вычисление в комбинациях окружности и треугольника, окружности и четырехугольника, а также с применением тригонометрии;

- самостоятельно формулировать гипотезы и проверять их достоверность.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- свободно оперировать формулами при решении задач в других учебных предметах и при проведении необходимых вычислений в реальной жизни.

Геометрические построения

- Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру,
- владеть набором методов построений циркулем и линейкой;
- проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять построения на местности;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Преобразования

- Оперировать движениями и преобразованиями как метапредметными понятиями;
- оперировать понятием движения и преобразования подобия для обоснований, свободно владеть приемами построения фигур с помощью движений и преобразования подобия, а также комбинациями движений, движений и преобразований;
- использовать свойства движений и преобразований для проведения обоснования и доказательства утверждений в геометрии и других учебных предметах;
- пользоваться свойствами движений и преобразований при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений.

Векторы и координаты на плоскости

- Свободно оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- владеть векторным и координатным методом на плоскости для решения задач на вычисление и доказательства;
- выполнять с помощью векторов и координат доказательство известных ему геометрических фактов (свойства средних линий, теорем о замечательных точках и т.п.) и получать новые свойства известных фигур;
- использовать уравнения фигур для решения задач и самостоятельно составлять уравнения отдельных плоских фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях;
- рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Владеть знаниями о различных методах обоснования и опровержения математических утверждений и самостоятельно применять их;
- владеть навыками анализа условия задачи и определения подходящих для решения задач изученных методов или их комбинаций;
- характеризовать произведения искусства с учетом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА (Геометрия)

7 класс

В направлении личностного развития:

- Сформированность ответственного отношения к учению; уважительного отношения к труду
- Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению

В направлении метапредметного развития:

- Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:
- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- выделять общую точку зрения в дискуссии;
- договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;

Предметные результаты

Учащийся научится в 7 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. проводить простые вычисления на объемных телах;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для решения задач.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Учащийся получит возможность научиться в 7 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.
- свободно оперировать понятиями: определение, теорема, аксиома, множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств;
- изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера;
- свободно оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликация);
- строить высказывания, отрицания высказываний.

8 класс

В направлении личностного развития:

Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания

В направлении *метапредметного развития*:

- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;

Предметные результаты

Учащийся научится в 8 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади многоугольников.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

Учащийся получит возможность научиться в 8 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равновеликости и равноставленности;
- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

9 класс

В направлении личностного развития:

Освоенность социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В направлении метапредметного развития:

- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;

- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.
- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;

Предметные результаты

Выпускник научится в 9 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равновеликости и равноставленности;
- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Выпускник получит возможность научиться в 9 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- формулировать и доказывать геометрические утверждения.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Отношения

- Владеть понятием отношения как метапредметным;
- свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- использовать свойства подобия и равенства фигур при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для построения и исследования математических моделей объектов реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Свободно оперировать понятиями длина, площадь, объем, величина угла как величинами, использовать равновеликость и равноставленность при решении задач на вычисление, самостоятельно получать и использовать формулы для вычислений площадей и объемов фигур, свободно оперировать широким набором формул на вычисление при решении сложных задач, в том числе и задач на вычисление в комбинациях окружности и треугольника, окружности и четырехугольника, а также с применением тригонометрии;
- самостоятельно формулировать гипотезы и проверять их достоверность.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- свободно оперировать формулами при решении задач в других учебных предметах и при проведении необходимых вычислений в реальной жизни.

Геометрические построения

- Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру,
- владеть набором методов построений циркулем и линейкой;
- проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять построения на местности;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Преобразования

- Оперировать движениями и преобразованиями как метапредметными понятиями;
- оперировать понятием движения и преобразования подобия для обоснований, свободно владеть приемами построения фигур с помощью движений и преобразования подобия, а также комбинациями движений, движений и преобразований;
- использовать свойства движений и преобразований для проведения обоснования и доказательства утверждений в геометрии и других учебных предметах;
- пользоваться свойствами движений и преобразований при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений.

Векторы и координаты на плоскости

- Свободно оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- владеть векторным и координатным методом на плоскости для решения задач на вычисление и доказательства;
- выполнять с помощью векторов и координат доказательство известных ему геометрических фактов (свойства средних линий, теорем о замечательных точках и т.п.) и получать новые свойства известных фигур;
- использовать уравнения фигур для решения задач и самостоятельно составлять уравнения отдельных плоских фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях;

- рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Владеть знаниями о различных методах обоснования и опровержения математических утверждений и самостоятельно применять их;
- владеть навыками анализа условия задачи и определения подходящих для решения задач изученных методов или их комбинаций;
- характеризовать произведения искусства с учетом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве.

Требования к уровню подготовки учащихся к концу 7 класса

По разделу I. Начальные геометрические сведения.

Учащийся научится:

- сравнивать отрезки и углы;
- измерять отрезки и углы;
- строить прямые и углы.

По разделу II. Треугольники.

Учащийся научится:

- доказывать признаки равенства треугольников;
- доказывать свойства равнобедренного треугольника;
- решать задачи, применяя признаки и свойства треугольников;
- решать задачи на построение.

Учащийся может научиться:

- доказывать признаки равенства треугольников, используя свойства медиан, биссектрис и высот.

По разделу III. Параллельные прямые.

Учащийся научится:

- доказывать признаки параллельности прямых;
- строить параллельные прямые;
- доказывать теоремы об углах, образованных параллельными прямыми и секущей;
- решать задачи на параллельные прямые.

Учащийся может научиться:

- решать задачи на параллельные прямые повышенной трудности.

По разделу IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Учащийся научится:

- доказывать теоремы из данного раздела;
- решать задачи с использованием этих теорем;
- строить треугольники по трем элементам.

Учащийся может научиться:

- решать геометрические задачи с помощью построений

По разделу V. Повторение.

Учащийся научится:

- применять знания и умения, полученные при изучении курса геометрии 7 класса при решении задач

Требования к уровню подготовки учащихся к концу 8 класса

По разделу I. Четырехугольники

Учащийся научится:

- пользоваться понятием многоугольника и его элементов, выпуклого

многоугольника;

- применять формулу суммы углов выпуклого многоугольника;
- использовать определение, свойства и признаки параллелограмма для решения задач;
- использовать определение трапеции, виды трапеции, свойства и признаки равнобедренной трапеции для решения задач;
- использовать определение, свойства и признак прямоугольника для решения задач;
- использовать определение, свойства и признак ромба для решения задач;
- использовать определение и свойства квадрата для решения задач;
- определять виды симметрии.

Учащийся может научиться:

- решать задачи используя теорему Фалеса;
- строить симметричные фигуры;
- использовать свойства симметрии при решении задач.

По разделу II. Площади фигур

Учащийся научится:

- вычислять площади квадрата, прямоугольника, параллелограмма, ромба, треугольника, трапеции;
- применять теорему Пифагора и ей обратную при решении задач.

Учащийся может научиться:

- решать задачи методом площадей.

По разделу III. Подобные треугольники

Учащийся научится:

- решать задачи, применяя признаки подобия треугольников;
- решать задачи на построение, используя метод подобия;
- решать задачи, применяя метод подобия;
- решать задачи на среднюю линию треугольника;
- решать задачи, применяя соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Учащийся может научиться:

- применять теорему об отношении площадей подобных треугольников при решении задач;

По разделу IV. Окружность

Учащийся научится:

- применять теорему, обратную теореме о свойстве касательной (признак касательной);
- определять градусная мера дуги окружности;
- применять теорему о вписанном угле и два следствия;
- применять теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд;
- применять теорему о биссектрисе угла и следствие;
- применять теорему об окружности, вписанной в треугольник;
- применять теорему об окружности, описанной около треугольника;
- применять свойство углов четырехугольника, около которого можно описать окружность;
- определять в какой четырехугольник можно вписать окружность и около какого четырехугольника можно описать окружность.

Учащийся может научиться:

- строить касательную к окружности;
- решать задачи на нахождение расстояния от центра окружности до прямой;
- решать задачи, применяя теорему о свойстве касательной;
- решать задачи, применяя теорему о биссектрисе, серединном перпендикуляре, о высотах треугольника;

- строить вписанные и описанные окружности.
- теорему о серединном перпендикуляре к отрезку и следствие;
- теорему о пересечении высот треугольника;

Требования к уровню подготовки учащихся к концу 9 класса

По разделу I. Вводное повторение

Учащийся научится:

- решать задачи с использованием тригонометрии.

По разделу II. Векторы. Метод координат

Учащийся научится:

- находить сумму, разность векторов и произведение вектора на число как направленных отрезков, а также в координатной форме;
- доказательство теоремы о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам;
- вывод уравнений окружности и прямой; применять эти знания при решении задач.

Учащийся может научиться:

- решать задачи координатным методом

По разделу III. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов

Учащийся научится:

- решать задачи с помощью тригонометрии;
- находить угол между прямыми;
- решать геометрические задачи с использованием векторов.

Учащийся может научиться:

- решать задачи с использованием скалярного произведения векторов.

По разделу IV. Длина окружности и площадь круга

Учащийся научится:

- применять формулу для вычисления угла правильного n -угольника;
- применять формулы длины окружности и площади круга, сектора и сегмента.
- выводить и применять формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиусов вписанной и описанной окружностей;
- вычислять длину окружности и площадь круга;
- вычислять площадь кругового сегмента и сектора.

Учащийся может научиться:

- решать задачи повышенной сложности.

По разделу V. Движения

Учащийся научится:

- определять основные преобразования плоскости и их свойства движений.

Учащийся может научиться:

- применять эти свойства при решении задач.

По разделу VI. Повторение. Решение задач

Учащийся научится:

- применять знания и умения, полученные при изучении курса геометрии 9 класса при решении задач

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКА****в 5 классе по теме УРАВНЕНИЯ**

Цель урока: сформировать представление об уравнении как предложении с переменной, ввести в речевую практику понятие корня уравнения; отработать алгоритм нахождения неизвестных компонентов уравнения; вместе с учащимися учиться выбирать способы решения уравнений в зависимости от условий.

Задачи:

- образовательные (формирование познавательных УУД):

научить в процессе реальной ситуации использовать определения следующих понятий: «равенство», «верное и неверное равенство», «уравнение», «корень уравнения»; решать простейшие уравнения на основе зависимостей между компонентами арифметических действий; решать двушаговые уравнения сведением к простейшим уравнениям

.- воспитательные (формирование коммуникативных и личностных УУД):

умение слушать и вступать в диалог, участвовать в обсуждении проблем, интегрироваться в пару со сверстником и строить продуктивное взаимодействие, формировать коммуникативную компетенцию учащихся; воспитывать ответственность и аккуратность.

- развивающие (формирование регулятивных УУД)

умение обрабатывать информацию и ранжировать ее по компонентам уравнения; представлять информацию в виде алгоритма, выбирать способы решения уравнений в зависимости от условий; рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Тип урока: комбинированный урок.

Формы работы учащихся: фронтальная работа.

Необходимое техническое оборудование: доска, компьютер, мультимедийный проектор, экран.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА УРОКА

№	Этап урока	Название используемых ЭОР	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время в мин.	Формируемые УУД		
						Познавательные	Регулятивные	Коммуникативные, личностные
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Организационный момент		Приветствие учащихся, контроль готовности к уроку	Приветствие. Проверка готовности к уроку	1		Прогнозирование своей деятельности.	Умение слушать и вступать в диалог.
2	Вводная беседа. Актуализация знаний.	презентация	Вступительное слово учителя. Объявление темы урока Организация устного счета	Участвуют в беседе с учителем, отвечают на поставленные вопросы,	4	Поиск и выделение необходимой информации.	Постановка цели учебной задачи.	Умение слушать и вступать в диалог.
3	Изучение нового материала.	презентация	Вместе с учениками определяет цель урока, путем наводящих вопросов, помогает сформулировать определения уравнения, корня уравнения, алгоритм нахождения неизвестного компонента.	Участвуют в беседе с учителем, формулируют ключевые определения, в тетрадях записывают ответы к заданиям.	7	Поиск и выделение необходимой информации. Структурирование знаний. Анализ объектов.	Учитывать выделенные учителем ориентиры действия в новом учебном материале в сотрудничестве с учителем.	Умение слушать и вступать в диалог
4	Решение задач.	презентация	Комментирует, направляет работу учащихся.	человека работаю у доски. Остальные работают в тетрадях.	8	Выделение и формулирование познавательной цели, рефлексия способов и условий действия. Анализ объектов и синтез.	Планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.	Строят рассуждения, понятные для собеседника. Умеют использовать речь для регуляции своего действия. Воспринимают ответы обучающихся.

№	Этап урока	Название используемых ЭОР	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время в мин.	Формируемые УУД		
						Познавательные	Регулятивные	Коммуникативные, личностные
5	Физминутка.	презентация			2			
6	Решение задач. (продолжение)		вводит понятие двушаговое уравнение и предлагает выбрать учащимся способы решения. Комментирует, направляет работу учащихся.	Вступают в диалог с учителем, предлагают способы решения, выбирают наиболее рациональный. работают в тетрадях, с последующими комментариями	8	Выделение и формулирование познавательной цели, рефлексия способов и условий действия. Анализ объектов и синтез.	Планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.	Строят рассуждения, понятные для собеседника. Умеют использовать речь для регуляции своего действия. Воспринимают ответы обучающихся.
7	Контроль полученных знаний.		Учитель, в процессе работы учащихся, оказывает помощь учащимся по их запросу.	Учащиеся самостоятельно выполняют задания.	8	Анализ объектов и синтез, выбор оснований и критериев для сравнения.	Планирование своей деятельности для решения поставленной задачи, саморегуляция.	Самоопределение с целью получения наивысшего результата.
8	Подведение итогов урока.		Вместе с учениками формулирует основные тезисы изученной темы.	Участвуют в беседе с учителем, записывают д.з.	2	Структурирование знаний.	Оценка промежуточных результатов и саморегуляция для повышения мотивации учебной деятельности.	Умение слушать и вступать в диалог.

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
<p>Организационный момент Здравствуй дети! Прозвенел уже звонок? (Да!) Уже закончился урок? (Нет!) Только начался урок? (Да!) Хотите учиться? (Да!) Значит можно всем садиться!</p>	<p>Приветствие. Проверка готовности к уроку.</p>
<p>Устный счет. Ребята, давайте посчитаем устно Слайд 2, 3</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="206 528 598 810"> <p>Вычислить</p> </div> <div data-bbox="631 528 981 799"> <p>Восстановить цепочку</p> </div> </div> <p style="margin-left: 400px;">- какой компонент действия неизвестен? - как его найти?</p> <p>1) Ребята, каким приемом вы пользовались для нахождения неизвестного числа? 2) Как называются такие равенства? 3) Что сегодня будем проходить на уроке? Какая тема? Цель? Задачи? 4) Запишем число и тему урока в тетрадь Слайд № 4 (один из учеников приклеивает на магниты компоненты сложения и вычитания) Цель: повторить решение уравнений Задачи: Что мы для этого должны вспомнить, сделать, какие задачи поставим на урок? Компоненты действий, правила нахождения неизвестного компонента, свойства сложения и вычитания, вычислительные навыки. Что еще должны сделать? Научиться отличать уравнения от выражений, выстроить алгоритм решения уравнения.</p> <p>Новая тема. Ребята, на доске зашифровано слово, которое имеет прямое отношение к теме нашего урока, разгадайте его. В тетради записывайте только ответы. 1) $120 - 20 \cdot 4$</p>	<p>Говорят ответ</p> <p>1) Нахождение неизвестного компонента 2) Уравнения 3) Решение уравнений 4) ТЕМА: Уравнения Формулируют цель и задачи</p>

- 2) $215 - (115 + 97)$
 3) $(549 + 298) - 249$
 4) $15 + 420 : 4$
 5) $(296 + 157) - 196$
 6) $11 + 23 + 27 + 39$

Слайд № 5

197	598	40	120	3	400	257	7	100	48
у	р	к	е	о	а	н	и	ь	в

Какое слово получили?

(КОРЕНЬ) Слайд 6

Какое же отношение корень имеет к нашему сегодняшнему уроку?

У чего есть корни?

Нам это не подходит, а еще? говорят «мои корни от сюда», что это значит? Что предки человека с этого края. Но и это к нашей теме не очень подходит. В математике понятие корень неразрывно связан с понятием уравнения. Давайте вспомним с начальной школы, что же называют уравнением?

Да, действительно уравнение содержит букву, которая обозначает неизвестное, но данное определение неполное. Давайте выполним следующее задание и дадим определение уравнения.

Слайд № 7

Какое из выражений является уравнением:

Есть ли среди записанных утверждений уравнения?

1) $28 - 17 = 11$
 2) $m - 28 = 17$ $m = 45$
 3) $41 - (x + 17)$
 4) $0 \times y = 0$ любое число
 5) $11 + x = 40$ $x = 29$
 6) $y + 15 = 3$ корней нет

Почему выражения по № 2 и 4 не являются уравнениями?

(в 1-м нет буквы, а во 2 нет знака «=»)

1) Давайте сформулируем, что такое уравнение?

Уравнение – равенство, содержащее букву, значение которой надо найти.

Работа в тетради.

Отвечают на вопросы:
(возможные ответы)

Слово корень

Корень есть у растений, деревьев и т.д.

уравнение – это выражение с буквой

2,4,5,6

в 1-м нет буквы, а во 2 нет знака «=»

2) Тогда что же такое корень?

Корнем уравнения называют значение неизвестного, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

3) Что с уравнениями мы делаем?

4) Что значит решить уравнение?

5) А всегда ли у уравнения есть корни?

Вернемся к уравнениям слайд № 7

Обратите внимание на уравнение 4 имеет много корней, а уравнение 6 не имеет корней вовсе. Так что же значит решить уравнение?

Решить уравнение-это найти все его корни или показать, что корней нет.

б) Теперь ответим на вопрос как решать уравнения?

Решение задач 1.

Найдите корень уравнения (4 человека решают у доски): стр 60 № 372

$$A) x + 37 = 85$$

$$X = 85 - 37$$

$$X = 48$$

$$B) 156 + y = 218$$

$$Y = 218 - 156$$

$$Y = 62$$

$$B) 85 - z = 36$$

$$Z = 85 - 36$$

$$Z = 49$$

$$Г) m - 94 = 18$$

$$M = 18 + 94$$

$$M = 112$$

Физкультминутка . Слайд 8.

Ну-ка, дети, быстро встали

Руки вверх мы все подняли

Головою повертели

Друг на друга посмотрели

И на место дружно сели

Нужно собрать портрет и угадать кто это?

1)уравнение называют равенство, содержащее неизвестное, обозначенное буквой

2) значение буквы

3)решаем

4) решить уравнение, значит, найти корень

5) да, нет

ответы

б) будем использовать правила нахождения неизвестного

4 человека работают у доски, остальные работают в тетрадях, комментируют полученные ответы.

Выполняют разминочные упражнения.

Как вы думаете почему именно С. Есенина я вспомнила на уроке? (во-первых год литературы, во-вторых 120 лет Есенину, в-третьих стартовая линейка посвящена духовно-нравственному воспитанию)

Решение задач 2.

Решите уравнения:

$$(115+x) + 85 = 300$$

Такие уравнения называю двушаговые. Как вы думаете: почему?

Как вы думаете как решают двушаговые уравнения?

А как?(наводит детей на правильный ответ)

Данное уравнения решим двумя способами:

1 способ

(применение свойств сложения и вычитания)

$$(115+x) + 85 = 300$$

$$(115+85)+x=300$$

$$200+x=300$$

$$X=300-200$$

$$X=100$$

Ответ: 100

2 способ

(применение правил нахождения неизвестного компонента в сумме или разности)

$$(115+x) + 85 = 300$$

$$115+x=300 - 85$$

$$115+x=215$$

$$X=215-115$$

$$X=100$$

Ответ: 100

1)Как вы думаете, какой из способов применять можно всегда?

2) А почему способ применения свойств сложения и вычитания можно применить не всегда?

Решите уравнение:

3) Каким способом будем решать уравнение? Почему?

$$146-(y-54)=12$$

$$y-54=146-12$$

$$y-54=134$$

$$y=134+54$$

$$y=188$$

Проверка:

Сергей Есенин

ответы

решаются в 2 шага.

Приводят к простому уравнению
Используем свойства рационального счета или воспользуемся правилами нахождения неизвестного компонента.

1)способ применение правил нахождения неизвестного компонента в сумме или разности.

$146 - (188 - 54) = 12$

$146 - 134 = 12$

$12 = 12$

Самостоятельная работа.

Найдите корень уравнения:

1 вариант

$1) 354 - a = 116$

$a) 238 \quad б) 470 \quad в) 316$

$2) x + 78 = 680$

$a) 758 \quad б) 602 \quad в) 612$

$3) 176 - (x + 89) = 36$

$a) 123 \quad б) 51 \quad в) 229$

2 вариант

$1) 108 + c = 240$

$a) 132 \quad б) 348 \quad в) 140$

$2) y - 97 = 146$

$a) 49 \quad б) 243 \quad в) 196$

$4) (x + 112) - 57 = 289$

$a) 438 \quad б) 234 \quad в) 334$

Взаимопроверка! Оценка! Слайд 10

Подведение итогов.

Что сегодня на уроки мы вспомнили?

Что нового мы узнали?

Чему научились?

Что было трудно? Что было легко?

Откройте дневники запишите домашнее задание: п. 10 стр.58 отвечать на вопросы, № 395(абв), 396(а), 402.

Спасибо за урок, до свидания!

Рефлексия. По окончании наклеить на плакат смайлик, выражающий настроение.

2) не всегда в уравнении есть свойства сложения и вычитания.

3) решить данное уравнение, используя свойства сложения и вычитания невозможно, решим это уравнение, применяя правила нахождения неизвестного.

Работают самостоятельно

Отвечают на вопросы учителя:

Решение простейших уравнений

Корень уравнения, узнали, какие уравнения называют двушаговыми и почему, какими способами их можно решать.

Записывают домашнее задание.

Проект урока по математике 6 класса

Тема: Сложение чисел с разными знаками

Технологическая карта

Этап урока (в соответствии со структурой учебной деятельности)	Деятельность учителя	Планируемая деятельность учащихся	Развиваемые (формируемые) учебные действия	
			предметные	универсальные
1.Организационный.	Приветствие учащихся; проверка учителем готовности класса к уроку; организация внимания; инструктаж по работе с листом самооценки. Аутотренинг.	Знакомство с листом самооценки, уточнение критериев оценки. Настраиваются на рабочий лад.		<p>Л: умение выделять нравственный аспект поведения</p> <p>Р: способность к рефлексии собственной деятельности и деятельности товарищей.</p> <p>К: осознанное и произвольное построение речевого высказывания.</p> <p>П: осознанное и произвольное построение речевого высказывания.</p>
2.Мотивационный Актуализация знаний Фронтальная работа.	Предлагает ответить на поставленные вопросы, на устном счете повторить материал по теме «Положительные и отрицательные числа». Подготовить учащихся к изучению новой темы. После проведения проверки результатов, учащимся предлагается выдвинуть предположение о теме урока, о цели урока.	Выполняют задания устного счета (взаимодействуют с учителем во время устного счета). Выдвигают предположение о теме урока. Контролируют правильность ответов, информации, выработка собственного отношения к изученному материалу. Записывают тему урока в тетрадь.	.Повторить модуль числа, положительные и отрицательные числа, сравнение, сложение отрицательных чисел.	<p>Л: развитие мотивов учебной деятельности.</p> <p>Р: целеполагание.</p> <p>К: слушать собеседника, строить понятные для собеседника высказывания.</p> <p>П: самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель. Выделять существенную информацию, выдвигать гипотезы и осуществлять актуализацию личного жизненного опыта</p>
3. Планирование действий по достижению цели.	Выясняет у учащихся, какие качества необходимы им для достижения цели, как достичь	Перечисляют качества личности: настойчивость, силу	Умение применять знания полученные ранее для изучения нового.	Л: принятие социальной роли обучающегося, смыслообразование.

Фронтальная работа.	цели, что для этого будем делать? Предлагает выполнить Лабораторно-практическую работу.	воли, дисциплинированность.... Перечисляют действия, которые нужно предпринять для выполнения поставленных задач. Намечают план работы, с помощью каких средств будут выполнять намеченный план.		Р: составление плана и последовательности действий, прогнозирование результата и уровня усвоения материала. К: умение слушать собеседника, дополнять и уточнять высказанные мнения. П: умение осознанно строить речевое высказывание.
4. Реализация намеченного (изучение нового материала). Работа в группах.	Предлагает поработать в парах, выполнить практическую работу; группах.	Выполняют практическую работу. Формулируют правило, работают по учебнику, сравнивают со своей формулировкой, придумывают и разбирают свои примеры. Проговаривают свои предположения, выслушивают варианты одноклассников, делают выводы, применяют полученные знания на практике.	Умение понимать и формулировать правило сложения чисел с разными знаками с помощью понятия «модуль», применять правило при решении примеров.	Л: независимость и критичность мышления; развитие навыков сотрудничества. Р: Контроль правильности ответов информации по учебнику, выработка собственного отношения к изученному материалу обучающихся. Коррекция. П: Поиск и выделение необходимой информации. К: Слушать собеседника, строить понятные для собеседника высказывания. Смысловое чтение
5. Первичное осмысление и закрепление знаний.	Организует работу по составлению алгоритма сложения чисел с разными знаками. Предлагает решить пример, который не смогли решить в начале урока. Предлагает выполнить задание на нахождение ошибок в решении примеров.	Выполняют задание на нахождение ошибок в решении примеров.	Умение применять правило сложения чисел с разными знаками при проверке решения примеров.	Л: смыслообразование. Р: тренировать способность к рефлексии собственной деятельности и деятельности своих товарищей. К: умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить

				продуктивное взаимодействие, воспитывать ответственность и аккуратность. П: способность к использованию выведенного алгоритма;
6. Закрепление изученного.	Организует отработку навыков сложения чисел с разными знаками №1066 в тетрадах и на доске. Предлагает решить самостоятельную работу с последующей самопроверкой. (На интерактивной доске). Организует воспроизведение и коррекцию опорных знаний обучающихся	Выполняют задание, сравнивают с решением на доске, оценивают свое решение. Выполняют самостоятельную работу, выполняют самооценку.	Применять правило сложения чисел с разными знаками при решении задач.	Л: уважительное отношение к ошибкам одноклассников, независимость и критичность мышления. Р: осуществляют самоконтроль процесса выполнения задания, оценивают предложенные варианты решений. Коррекция. П: сравнивать и обобщать факты, строить логически обоснованное рассуждение, использовать доказательную математическую речь. К: слушать собеседника, строить понятные для собеседника высказывания.
7. «Творческое применение знаний». Работа в группах.	Предлагает найти наиболее удобный способ решения примера в несколько действий на применение правила сложения чисел с разными знаками и отрицательных чисел.	Работают в группах, ищут различные способы решения примера, осуществляют взаимоконтроль процесса выполнения задания, оценивают предложенные варианты высказываний, выбирают наиболее точный.	Применять правило сложения чисел с разными знаками и отрицательных чисел при решении задач.	Л: принятие социальной роли обучающегося; независимость и критичность мышления; развитие мотивов учебной деятельности, развитие навыков сотрудничества. Р: принимать и осуществлять учебную задачу П: сравнивать и анализировать результаты предложенного задания, обосновывать свое мнение

				К: слушать собеседника, согласовывать усилия по решению учебной задачи, договариваться и приходить к общему мнению в совместной деятельности, строить понятные для собеседника высказывания.
8. Домашнее задание.	Объясняет домашнее задание. Предоставляет выбор уровней заданий с использованием учебника и дополнительных источников информации:	Планируют свои действия в соответствии с самооценкой. Самостоятельно выбирают уровень для выполнения домашнего задания. Работают дома с текстом.	Знать правило сложения чисел с разными знаками, уметь применять его при решении практических задач.	Л. принятие социальной роли обучающегося Р. Адекватно осуществляют самооценку. П. Осуществляют актуализацию полученных знаний в соответствии с уровнем усвоения
9. Рефлексия.	Организует обсуждение достижений, ставя заранее подготовленные вопросы. Предлагает осуществить самооценку достижений по предложенному алгоритму.	Участвуют в беседе по обсуждению достижений, отвечая на заранее подготовленные вопросы. Делают выводы, осуществляют самооценку достижений по предложенному алгоритму.		Л: независимость и критичность мышления; Р: принимать и сохранять учебную цель и задачу, осуществлять итоговый и пошаговый контроль по результату, планировать будущую деятельность П: анализировать степень усвоения нового материала К: выслушивают одноклассников, озвучивают своё мнение.

Чтобы не загромождать таблицу, содержательное наполнение урока (тексты для объяснения материала, задания, рекомендации и т.д.) рекомендуется представить отдельными приложениями.

Тип урока: урок открытия новых знаний
Предмет: математика

Класс: 6

Тема урока: «Сложение чисел с разными знаками»
(продолжительность урока 40 мин)

Цель урока:

формирование навыка сложения отрицательных чисел и чисел с разными знаками.

Задачи урока: _ сформировать навыки сложения чисел с разными знаками.

Образовательные задачи урока (*формирование познавательных УУД*):

- познакомить учащихся с правилом сложения отрицательных чисел
- тренировать способность к использованию выведенного алгоритма;
- организовать деятельность учащихся по приобретению необходимых умений и навыков;
- повторить и закрепить ;

Воспитательные задачи урока (*формирование коммуникативных и личностных УУД*):

- содействовать развитию познавательного интереса учащихся к предмету;
- прививать учащимся навыки организации самостоятельной работы;
- умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие, воспитывать ответственность и аккуратность.

Развивающие задачи урока: (*формирование регулятивных УУД*)

- развивать умения учащихся анализировать, делать выводы, определять взаимосвязь и логическую последовательность мыслей;
- развивать умения слушать и исправлять речь своих товарищей;
- тренировать способность к рефлексии собственной деятельности и деятельности своих товарищей.

Тип урока Урок первичного предъявления новых знаний.

Формы работы учащихся: Фронтальная, в парах, групповая, индивидуальная

Оборудование: компьютер, интерактивная доска, раздаточный материал для лабораторно- практической работы, листы самооценки.

Ход урока:

Деятельность учителя	Деятельность учеников
І. Организационный этап Вступительное слово учителя:	➤ Высказывания детей.

<p>Здравствуйте ребята. Я рада снова видеть вас на уроке. Один мудрец однажды сказал: « Не для школы, а для жизни мы учимся!» А для чего Вы изучаете такую сложную науку как математика?</p> <p>«Вы – талантливые дети! Когда-нибудь вы сами приятно поразитесь, какие вы умные, как много и хорошо умеете, если будете постоянно работать над собой, ставить новые цели и стремиться к их достижению».</p> <p>- Я желаю вам сегодня на уроке убедиться в справедливости этих слов великого французского философа Ж.- Ж. Руссо.</p> <p>Ребята, чтобы нам легко работалось на уроке, давайте дадим себе установку. Повторяйте за мной: (текст на мультимедийной доске) Я хороший, Я всё знаю, Я всё умею, Я буду стараться, У меня всё получится.</p> <p>Проводит инструктаж по работе с листом самооценки: На столах у вас лежат листы самооценки. Подпишите их. В течение урока вы постарайтесь оценить себя и одного из одноклассников, по критериям, которые указаны в листе самооценки. (приложение 1)</p>	<p>➤ Учащиеся готовы к началу работы, имеют представление о работе с листом самооценки.</p>
<p>2 Актуализация знаний.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Разбейте числа, которые вы видите на слайде на группы.(Слайд2) • А что вы уже умеете делать с положительными и отрицательными числами. (слайд 3) • Даны числа: -15; -2; -17; -9 8; -16; -26; 28 3,2; -1,9; -3,9; 0 <p>а) назовите модуль каждого числа;</p>	<p>➤ Положительные, отрицательные., ноль; дробные, целые.</p> <p>➤ Сравнить, находить модуль, складывать</p> <p>➤ Отвечают на вопросы.</p>

<p>б) назовите в каждой строчке число, модуль которого больше; в) назовите в каждой строчке знак числа, модуль которого больше.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Вычислить, подтверждая действие правилом (Слайд 4) $-15+(-23)$ $-41+(-32)$ $-2,6+(-8,7)$ $0+(-12,3)$ <p>$-6 + 8$; $10 +(- 14)$; $-8 +11$</p> <p>$-456+ 287$</p> <p>Удобно складывать числа -456 и 287 по координатной прямой?</p> <p>Как же нам быть в подобных случаях? Попробуйте сформулировать тему нашего урока? Правильно.(слайд 5) Откройте тетради и запишите тему урока «Сложение чисел с разными знаками» Чем мы будем заниматься на уроке? Значит, какую цель вы определите для себя на данном уроке? Если вы четко понимаете, чем вы должны будете заниматься на уроке, поставьте в лист самооценки 2 балла, если вы в чем - то сомневаетесь, поставьте 1 балл, если не поняли цели и задач урока – 0. Оцените одноклассника, записанного в вашем листе, если он принимал участие в определении темы, или цели и задач урока-1 балл, если нет -0 баллов..</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Складывают отрицательные числа, проговаривают правило ➤ Складывают с помощью координатной прямой, правило проговорить не могут, последний пример выполнить не могут. <p>Сделают вывод, что с помощью координатной прямой не все числа удобно складывать</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Найти правило, которое нам поможет. ➤ формулируют тему. ➤ Познакомимся с правилом сложения чисел с разными знаками, научимся складывать числа с разными знаками. ➤ Записывают тему урока. ➤ Оценивают себя и одного одноклассника .
<p>3. Планирование действий по достижению цели. Фронтальная работа Ребята, как легче справиться с какой-то проблемой в одиночку или сообща? Какими качествами должен обладать ваш товарищ, с которым вам захотелось бы поработать над решением проблемы? как достичь цели, что для этого будем делать? Продолжаем оценивать себя и товарища согласно критериям, указанным в листе самооценки.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Сообща. ➤ Дети перечисляют: умный, добрый, находчивый... ➤ Можно найти в учебнике, в интернете,... ➤ Оценивают себя и одного одноклассника.
<p>4. Изучение нового материала Молодцы. Сейчас вы будете исследователями и самостоятельно сделаете открытие, выведя правило сложения чисел с разными знаками.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Выполняют лабораторно – практическую работу в парах, делают выводы.

<p>3.Найдите сумму всех целых чисел, расположенных между числами -5,6 и 3,5. 1)3; 2)-11; 3)-9; 4)-15.</p>	
<p>7. «Творческое применение знаний» Работа в группах. (слайд 7) Найдите наиболее удобный способ решения. - 4,8 +3,4 +2,6 -7 $\frac{2}{3}$ - 3,4 + 4,8 + 2$\frac{2}{3}$ - 1$\frac{1}{5}$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Выполняют задание в группах. ➤ Проводят самооценку.
<p>8. Домашнее задание. (Слайд 8) Вы можете записать домашнее задание на выбор не менее двух номеров: П.33 выучить правило. №1081(а-е), 1083(а,б), задача 1085 и по желанию найти в интернете когда и кем были придуманы отрицательные числа. Оцените выбор домашней работы: 4 балла –выбрали все; 3 балла- выбрали 3 задания из 4, 2 балла – выбрали 2 номера.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Выбирают и записывают домашнюю работу. ➤ Оценивают свой выбор домашней работы.
<p>9. Рефлексия. В течении всего урока вы заполняли лист самооценки, посчитайте количество баллов и выставьте себе оценку за урок и оцените пожалуйста своего одноклассника словесно. Послушаем вашу оценку товарища, а остальные сравнивают свою оценку с оценкой одноклассника. Постарайтесь объяснить свое оценивание. Какую цель мы поставили в начале урока? Достигли ли вы цели? Ребята, если вы хорошо усвоили тему урока, достигли цели урока, поднимите зеленую сигнальную карту, Если остались непонятными какие-то моменты -желтую сигнальную карту, вообще не усвоили тему, красную сигнальную карту.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Самооценка. Выступают с оценкой одноклассника. ➤ Показывают с помощью сигнальных карт степень усвоения материала.

Приложение к уроку:

Лабораторно-практическая работа в парах

Тема: «Сложение чисел с разными знаками»

Задача: Вывести правило сложения чисел с разными знаками.

Ход работы: начертите координатную прямую.

С помощью координатной прямой выполните сложение чисел:

Заполните таблицу:

Пример	Сравнить	Знак суммы	Ответ
--------	----------	------------	-------

$-5 + 3 =$	$ -5 $	$ 3 $	
$7 + (-3) =$	$ 7 $	$ -3 $	
$-4 + 6 =$	$ -4 $	$ 6 $	
$-9 + 10 =$	$ -9 $	$ 10 $	
$-8 + 3 =$	$ -8 $	$ 3 $	

Обратите внимание на знак ответов. Сделайте вывод: при сложении чисел с разными знаками какой знак может получиться?

С каким из знаков слагаемых совпадает знак ответа? _____

Что можно сказать о модуле этого слагаемого по сравнению с модулем другого слагаемого? Сделайте вывод: при сложении чисел с разными знаками, получается знак числа модуль которого _____

Обратите внимание на модуль ответа. Как он связан с модулями слагаемых?

Сделайте вывод: при сложении чисел с разными знаками модуль ответа равен _____.

Основываясь на полученных выводах, не используя координатную прямую, сложите числа:

$$36 + (-33) =$$

$$-92 + 12 =$$

$$15 + (-18) =$$

$$-44 + 56 =$$

Попробуйте сформулировать правило сложения чисел с разными знаками: Чтобы сложить два числа с разными знаками надо:

- 1) из _____ модуля слагаемых _____;
- 2) поставить перед полученным числом _____ того слагаемого, _____ которого _____.

Проверьте себя по учебнику на стр. 180. (обрати внимание на рекомендацию авторов учебника, записанную после правила сложения чисел с разными знаками).

Приложение 1

Лист самооценки.

№ п/п	Деятельность учащегося	Критерии самооценки	Само-оценка	Критерии оценки одноклассника	Оценка одно-
1	Формулировка темы урока, цели и задач урока	Я сам смог определить тему, цель и задачи урока - 2 балла. Я смог определить только тему урока 1 балл.		Принимал участие в определении темы урока, цели урока, или задач урока - 1 балл.	

		Я не смог определить тему, цель и задачи урока - 0 баллов.		Не принимал участие в определении темы урока, цели урока, или задач урока 0 баллов.	
2	Что я буду делать для достижения цели.	Я сам определил, как достичь цели урока 1балл. Я не смог определить, как достичь цели урока – 0 баллов.		Принимал участие в планировании действий для достижения цели урока - 1 балл. Не принимал участие в планировании действий для достижения цели урока 0 баллов.	
3	Выполнение лабораторно - практической работы в паре.	Участвовал в работе группы – 1 балл. Не участвовал в работе группы – 0 балл.		Участвовал в работе группы – 1 балл. Не участвовал в работе группы – 0 балл.	
4	Работа в группе по закреплению правила .Проверка правильности решения примеров	Участвовал в работе группы – 1 балл. Не участвовал в работе группы – 0 балл.		Участвовал в работе группы – 1 балл. Не участвовал в работе группы – 0 балл.	
5	Выполнение № 1066	Сделал все примеры сам 2 балла. Сделал больше половины сам – 1 балл Сделал меньше половины сам- 0 баллов.		Справился у доски с заданием 1 балл. Не справился у доски с заданием 0 баллов.	
6	Выполнение самостоятельной работы	За каждый правильно решенный пример -1 балл		Не оценивается	
7	Выполнение творческого задания (работа в группе)	Нашел удобный способ решения 1 балл. Не нашел удобного способа решения 0 баллов.		Нашел удобный способ решения 1 балл. Не нашел удобного способа решения 0 баллов.	
8	Выбор домашнего задания	4 балла –выбрали все задания; 3 балла- выбрали 3 задания из 4, 2 балла – выбрали только 2 номера.		Не оценивается	

Поставьте себе оценку:

если вы набрали 9-11 баллов - «5» 6 – 8 баллов – «4» 3 – 5 баллов – «3»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**Входное тестирование по математике для 5 класса**

1. Вычислите:

а) $38\ 685 + 295\ 685 =$ б) $649\ 483 - 34\ 586 =$

2. Выполните вычисления:

а) $573\ 853 + 23\ 596 - 2\ 592 : 72 * 28 =$ б) $12\ \text{м}\ 6\ \text{дм}\ 13\ \text{см} + 8\ \text{дм}\ 4\ \text{см} =$

3. Решите уравнение: $X + 156 = 12 * 25$

4. Решите задачу: Задан участок прямоугольной формы. Вычислите площадь прямоугольника если длина равна 18 метров, а ширина в 3 раза меньше?

5. Решите задачу:

Можно ли число 450 000 представить как произведение 2 чисел, каждое из которых делится на 100?

6. Решите задачу: Нарисуйте прямоугольник со сторонами 6 и 7 см. Вычислите его площадь и периметр.

Первое полугодие 5 класс

1. Запишите двузначные числа, у которых число десятков на 2 больше чем число единиц.

2. Вычислите: а) $48\ 293 - 584\ 670 =$ б) $794\ 499 - 689\ 761 =$

3. Решите задачу: В начале года в спортивной команде было 145 человек. Через месяц в команду пришли 32 человека, а ушли 48. Ещё через месяц в команду пришли ещё 18 человек, а ушло 41. Сколько человек осталось в команде после 2-х месяцев?

4. Найдите значение следующего выражения и запишите ответ: $((c - 34) * d - 120)$, если $c = 154$, и $d = 8$.

5. Решите задачу: На склад привезли 880 центнеров щебня. Каждый день вывозили по 56 центнер на стройку. Сколько дней вывозили щебень на стройку, если на складе осталось 318 центнеров?

6. Решите задачу: Размеры прямоугольного параллелепипеда равны 9 см, 4 см и 3 см. Найдите площадь его поверхности.

7. Решите задачу: Задан куб объемом $125\ \text{см}^3$. Найдите его объем.

Итоговая контрольная работа 5 класс

1. Найти значения выражений и сравнить их:

$$\frac{11}{12} \cdot 3\frac{3}{7} : 1\frac{1}{21} - \left(3\frac{1}{6} - 2\frac{7}{15}\right) : 1\frac{2}{5} \quad \text{и}$$

$$51 - (86,45 : 24,7 + 1,25) \cdot 2,4 - 36,99$$

2. Записать выражение и найти его значение при данных значениях букв:

Квадрат разности между удвоенным числом m и числом n

$$\left(m = \frac{15}{16}; n = \frac{1}{4}\right)$$

3. Записать выражение и найти его значение:

За 3,5 кг яблок по цене 22 рубля за 1 килограмм и за орехи по цене 30 рублей за 1 килограмм заплатили 449 рублей. Сколько купили орехов?

4. Решить уравнение:

$$(y - 15,7) : 5,14 + 1\frac{1}{3} = 6\frac{1}{3}$$

5. Решить задачу:

Лодка, собственная скорость которой равна 7 км/ч догнала плот, находившийся от нее на некотором расстоянии вниз по течению реки, за 30 минут. Какое расстояние было между лодкой и плотом в начале движения, если скорость течения реки 3,2 км/ч? Есть ли лишние данные в условии задачи?

6 класс

Контрольная работа № 3

1. В первый день мальчик прочитал 100 страниц, что составило 20% всей книги. Во второй день он прочитал 25% всей книги. Сколько страниц ему осталось прочитать?
2. а) Упрости выражения A и B и найди их значения при одном и том же значении переменной a , если

$$A = 2,5 \cdot (4a) \cdot 0,2;$$
$$B = 2,5a + a - 0,3a;$$
$$a = 0,25.$$

- б) Найди, какой процент значение B составляет от значения A .
3. Число 20 увеличили на 25%. На сколько процентов число 20 меньше, чем полученное число?
4. Имеется 10 литров раствора. Кислоты в нем в 4 раза меньше, чем воды.
 - а) Сколько воды и сколько кислоты в растворе?
 - б) Какова концентрация раствора?

Контрольная работа № 4

1. Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:
 - а) $x:0,2 = 5:7$
 - б) $\frac{3}{x+3} = \frac{2}{5}$
2. Из 3,5 т золотоносного песка намывают в среднем 0,7 т золота. Сколько золота можно намывать из 14 т такого же песка?
3. 4 каменщика могут выполнить работу за 15 дней. За сколько дней могут выполнить эту же работу 3 каменщика?
4. Отрезок разделили на две части, длины которых пропорциональны числам 2 и 3. Найди длину всего отрезка, если вторая его часть длиннее первой на 1,2 дм.

Контрольная работа № 5

1. Нанеси на координатную прямую указанные числа множества A :

$$A = \{2,5; -3; 0; 1,8; -0,4; 5\frac{1}{3}; 2\}$$

Выдели из множества A подмножества: B - натуральных чисел; C - целых чисел и D - рациональных чисел. Построй диаграмму Венна для множеств B , C и D и отметь на ней элементы множества A .

2. Укажи среди чисел, указанных в задании №1, наибольшее и наименьшее числа и найди расстояние между ними на координатной прямой
3. Реши уравнения:

- а) $-x = \frac{5}{9}$;
- б) $-2x = -0,2$;
- в) $3,16 + x = -5,6$;
- г) $x - \frac{17}{18} = -\frac{1}{9}$;
- д) $|x| = 3,2$.

4. Найди значения выражений:
 - а) $7,5 - (8,39 + 2,5) + (4,39 - 6)$;
 - б) $(8\frac{3}{5} \cdot (-4) + 18,2) : 0,027$.
5. Упрости выражение $7(a + 3) - 3,4(a - 5)$ и найди его значение при $a = -0,2$.
6. Реши задачу.

Одну сторону прямоугольника увеличили на 30%, а другую уменьшили вдвое. Увеличилась или уменьшилась его площадь, на сколько процентов?

7. При каких значениях a верно неравенство: $-a > a$?

Контрольная работа № 6

1. Упрости выражение $1,5(a + 4) - 4,6(5 - a)$ и найди его значение при $a = -0,3$.
2. Реши уравнения:
 - a) $-2(x + 5) + 1 = -3(x + 1)$;
 - b) $0,8(9 + 2x) = 1 - 1\frac{1}{2}x$;
 - c) $\frac{x-4,5}{2} = \frac{-2x-3,5}{3}$;
 - d) $|x| - 15 = 9 - 5 \cdot |x|$.
3. Из двух пунктов, расстояние между которыми 117 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста на 50 км/ч больше скорости велосипедиста. Сколько километров проехал каждый до встречи, если она произошла через 1,5 часа после начала движения?
4. При каком значении "р" уравнение $p \cdot x = 15$ имеет корень, равный (-10)?

7 класс

Контрольная работа по теме « Формулы сокращенного умножения»

1. Преобразуйте выражение в многочлен:
 - a) $(3x - a)(a + 3x)$; г) $(3x - y + 2)^2$;
 - б) $(3x - a)^2$; д) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$
 - в) $(3x - a)^3$;
2. Разложите на множители выражение:
 - a) $144a^2 - 49b^2$; г) $a^3 - 3a^3 + 3a - 1$;
 - б) $4x^2 + 49y^2 + 28xy$; д) $a^7 + 128b^7$.
 - в) $64x^3 + 27y^3$;
3. При каких значениях переменной значения выражений $x(x + 2)$ и $(x - 4)(x + 4)$ равны?
4. Найдите значение выражения $a(a + b)^2 + 2a(a^2 + b^2) - a(a - b)^2$ при $a = 2,5$ и $b = 0,5$.
5. Решите уравнение:
 - a) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x + 5)(x - 5) = 23$;
 - б) $4x(x + 4) + x^3 + 64 = 0$.
6. Разложите на множители выражение:
 - a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac$; б) $9x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.
7. Докажите, что многочлен $x^2 - 4x + y^2 - 4y + 9$ при любых значениях входящих в него переменных принимает положительные значения.

Контрольная работа по теме « Линейная функция»

1. Найдите значение функции:
 - a) $y = x^2 + 3x - 1$ при $x = -1$;
 - б) $y = \frac{2t+1}{5t-1}$ при $t = \frac{1}{2}$.
2. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -42x + 21$ с осями координат.
3. В одной системе координат постройте графики функций

$$y = \frac{2}{3}x - 3, y = 3 \text{ и } y = -0,25x.$$
4. Задайте формулой прямую пропорциональность, если ее график проходит через точку $M(1; -3)$.
5. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -\frac{x}{3}$ и $y = 12 - x$.

- Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = -x + 2004$ и пересекается с графиком функции $y = 5x + 1$ в точке, лежащей на оси ординат.
- Найдите координаты точки, через которую проходят графики функций $y = 1 - k + kx$ при любых значениях параметра k .

Контрольная работа по теме « системы линейных уравнений »

- Решите систему уравнений и выполните проверку:

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -1. \end{cases}$$
- Найдите значение выражения $a^2 + b^2$ если известно, что $(a; b)$ — решение системы уравнений

$$\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2y - 5x = -4. \end{cases}$$
- Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений $\frac{y}{4} - \frac{x}{5} = 6$ и $\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 0$.
- Моторная лодка прошла по течению реки 8 км, а против течения — 3 км, затратив на весь путь 45 мин. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
- Запишите уравнение прямой $ax + by = c$ (где a, b, c — целые числа), проходящей через точки $M(2; -5)$ и $N(0; -2)$.
- Найдите все значения p , при которых система $\begin{cases} x - y = 1, \\ x - y = 3p^2 - 2 \end{cases}$ не имеет решения.
- Три каменщика (разной квалификации) выложили кирпичную стену, причем первый каменщик работал 6 ч, второй — 4 ч, а третий — 7 ч. Если бы первый каменщик работал 4 ч, второй — 2 ч, а третий — 5 ч, то они выполнили бы — всей работы. За сколько часов каменщики закончили бы кладку, если бы они работали все вместе одно и то же время?

8 класс

Входной срез 8 класс

- Решите систему $\begin{cases} 4x + y = x + 2; \\ 2x - 2y = 3 - y. \end{cases}$
- Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$. Найдите $f(2) - 3 \cdot f(-1) + 2 \cdot f(0)$.
- Постройте график уравнения $x^2 - xy - x + y = 0$, разложив его левую часть на множители.
- Найдите значение выражения:
 - $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$;
 - $\frac{4^7 \cdot 64}{16^4}$ ж
 - $\frac{42^9}{(6^2)^{3 \cdot 7^9}}$
- Разложите на множители выражение $x^4 - 2x^2 - 3$.
- Найдите значение выражения $ab - bc - ac$, если $a^2 + b^2 + c^2 = 19$ и $a + b - c = 7$.
- Представьте выражение $2b(3a^2 + b^2)$ в виде разности кубов.

Контрольная работа № 5

- Решите неравенство:
 - $2x + 3 > x + 1$;
 - $2x - 1 \leq 5x + 1$;
 - $3 - 2x > 2x$.
- При каких значениях переменной x график функции $f(x) = 2x^2 - 3x - 11$ расположен не ниже, чем график функции $g(x) = (3 - 2x)(1 - x)$?
- Решите систему неравенств:
 - $\begin{cases} 3x + 2 > 1 - x, \\ 3x - 1 > 4x + 2; \end{cases}$
 - $\begin{cases} 3x + 2 > 1 - x, \\ 3x + 4 > 4x - 1. \end{cases}$
- Решите неравенство:

а) $|4 - x| \leq 3$; в) $|4 - x| \geq 5$;
 б) $|4 - x| \leq 0$; г) $|4 - x| \geq -3$.

5. Укажите на координатной плоскости все точки, абсциссы которых удовлетворяют неравенству $-3 \leq x \leq 2$, ординаты — неравенству $|y - 1| \leq 2$.
 6. При каких значениях параметра b корень уравнения $2x - b = 7$ больше, чем корень уравнения $3x + 5b = 11$?
 7. Найдите все значения x , удовлетворяющие условиям

$$\begin{cases} -3x > -12 + x, \\ \begin{cases} x < -2, \\ x \geq 1, \end{cases} \\ 2x + 1 > -x - 10. \end{cases}$$

8. Решите уравнение $||2x - 3| - 1| = 1 - |3 - 2x|$.

Итоговая контрольная работа (2 часа)

1. Решите уравнение

$$f(x + 1) + f(x - 1) = x^2, \text{ если } f(x) = 2x + x^2 - 1.$$

2. Известно, что при делении на 5 число a дает остаток 3. Какой остаток получится при делении на 5 числа $2a^2 - 5a + 4$?
 3. Постройте график функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3$ и укажите:
 а) нули функции;
 б) область определения функции;
 в) область значений функции;
 г) промежутки знакопостоянства функции.

4. При каких целых значениях параметра p корень уравнения $x + 3 = 5 - px$ является:
 а) целым числом; б) натуральным числом?

5. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее значения выражения $\frac{f(2+\sqrt{5})-f(2-\sqrt{5})}{f(2-\sqrt{5})+f(2+\sqrt{5})}$, где $f(x) = 5 - x^2$

6. Найдите все целочисленные решения уравнения:

а) $xy = 4$; б) $xy + x = 2y + 6$.

7. Представьте дробь $\frac{x-7}{x^2+x-2}$ в виде суммы двух дробей, знаменатели которых являются двучленами первой степени с целыми коэффициентами.

8. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{3^{-1}}{9a^2 + 3a + 1} + \frac{9a^3 - a}{27a^3 - 1} \right) : (3a + 1)^{-2} \text{ при } a = \frac{2}{3}$$

9. Докажите, что при любом $n \in Z$ значение выражения: а) $n^2 - 5n + 2$ кратно 2; б) $n^3 + 2n - 3$ кратно 3.

10. Известно, что число a при делении на 7 дает остаток 4, а при делении на 3 — остаток 1. Какой остаток получится при делении этого числа на 21?

11. Найдите наибольшее целое положительное решение системы

$$\begin{cases} x - 4 \leq 1 - \frac{x - 1}{4} \\ 2x - 0,5 > \frac{x}{2} - 1,5. \end{cases}$$

12. Два экскаватора, работая совместно, могут вырыть котлован за 48 ч. За какое время каждый из них может вырыть котлован, работая в отдельности, если первому нужно для этого на 40 ч больше, чем второму?

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ (Геометрия)

Задача одна – решения разные

Приведем пример задачи, к которой можно применить более 10 методов решения (доказательств).

Задача. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность. На окружности отмечена точка M , не совпадающая ни с одной из точек A, B и C . Докажите, что расстояние от точки M до одной из вершин треугольника равно сумме расстояний до двух других его вершин.

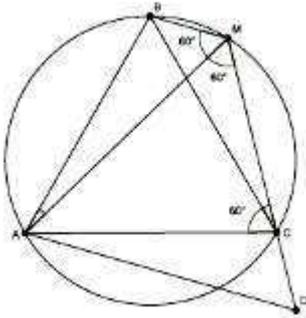
В книге [12] авторы привели пять решений этой задачи. Мы решили дополнить эти решения, опираясь на изложенную выше точку зрения.

1. Метод дополнительных построений

Продолжим MC за точку C так, что $CD = BM$. Так как $\angle ACD = \angle ABM = 120^\circ - \alpha$, где $\alpha = \angle BAM$ и $AB = AC$, следовательно, треугольники ACD и ABM равны. Треугольник AMD получился равносторонний, следовательно,

$$AM = BM + MC.$$

Мы привели один из возможных вариантов дополнительных построений.



2. Метод подобия

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $MC = d$. Так как углы ACM и APC равны $60^\circ + \alpha$, следовательно треугольники AMC и APC подобны:

$$\frac{PC}{MC} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow PC = \frac{ad}{c}.$$

Треугольники AMC и BPM подобны:

$$\frac{PB}{AC} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow PB = \frac{ab}{c}. \quad PC + PB = \frac{ad}{c} + \frac{ab}{c},$$

$$a = \frac{ad}{c} + \frac{ab}{c} \Rightarrow c = b + d.$$

Заметим, что удачное применение данного метода зависит от выбора пар подобных треугольников.

3. Применение теоремы косинусов

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$. В треугольнике BMC $a^2 = b^2 + d^2 + bd$. В треугольнике ABM $a^2 = b^2 + c^2 - bc$. Из этих равенств следует $d^2 + bd = c^2 - bc$, $b(d + c) = (c + d)(c - d) \Rightarrow c = b + d$.

4. Применение теоремы синусов

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$, $\angle ACM = \angle APC = \alpha$.

В $\triangle AMC$ $\frac{c}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin 60^\circ}$. В $\triangle BPM$ $\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{BP}{\sin 60^\circ}$. В $\triangle PMC$ $\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{PC}{\sin 60^\circ}$. Следо-

вательно, $\frac{b}{\sin \alpha} + \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin 60^\circ} \Rightarrow b + d = c$.

Возможен более тригонометрический вариант применения теоремы синусов на основе формулы синуса суммы двух углов (10-11 кл.).

5. Применение следствия теоремы синусов

Пусть в $\triangle MAB$ $\angle BAM = \alpha$. Тогда $MB = 2R \sin \alpha$. В $\triangle MAC$, $MC = 2R \sin(60^\circ - \alpha)$, $AM = 2R \sin(60^\circ + \alpha)$. Тогда $MB + MC = 2R (\sin \alpha + \sin(60^\circ - \alpha)) = 2R \sin(60^\circ + \alpha)$, следовательно, $AM = MB + MC$

6. Метод площадей

Снова воспользуемся предыдущим рисунком. Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $MC = d$, $\angle ACM = \angle APC = \alpha$, $\angle ABM = 180^\circ - \alpha$. $S_{ABMC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC \cdot \sin \alpha$, $S_{ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM \cdot \sin \alpha$, $S_{ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin \alpha$. Для площади треугольника ABM применили формулу $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. $S_{ABMC} = S_{ACM} + S_{ABM} \Rightarrow AM = MC + BM$ ($BC = AB = AC$).

7. Координатный метод

Точка O – центр описанной окружности. Пусть $OC = 1$, $x^2 + y^2 = 1$ –

уравнение окружности, $A(1; 0)$, $M(x, y)$, $-1 < x < -\frac{1}{2}$, B

$(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, $C(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. $AM^2 = (x-1)^2 + y^2 = 2 - 2x$,

$BM = \sqrt{2 + x + y\sqrt{3}}$, $CM = \sqrt{2 + x - y\sqrt{3}}$.

Получаем равенство: $AM^2 = (BM + CM)^2$.

Заметим, что предложенный выбор системы координат минимизирует алгебраические выкладки. В этом можно убедиться, выбирая другую систему координат. Удачный выбор XOY решает спор о целесообразности координатного метода.

8. Векторный метод

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$, $\angle CAM = \alpha$

$$\vec{MA} = \vec{MC} + \vec{CA} = \vec{MB} + \vec{BA} \quad 2\vec{MA} = \vec{MC} + \vec{CA} + \vec{MB} + \vec{BA}$$

$$2\vec{MA} \cdot \vec{MA} = \vec{MA} \cdot (\vec{MC} + \vec{CA} + \vec{MB} + \vec{BA})$$

$$2c^2 = cd \cdot \cos 60^\circ + ca \cdot \cos(60^\circ - \alpha) + cb \cdot \cos 60^\circ + ca \cdot \cos \alpha$$

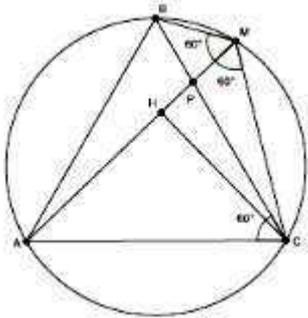
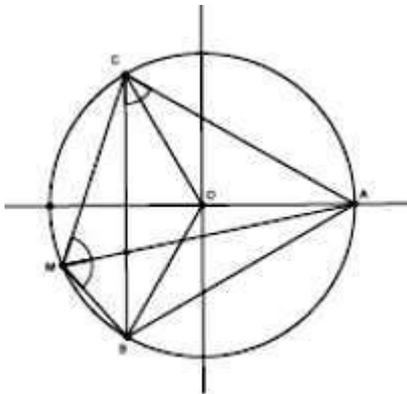
$$2c = \frac{1}{2}d + a \cdot \cos(60^\circ - \alpha) + \frac{1}{2}b + a \cdot \cos \alpha, \text{ или}$$

$4c = d + b + a \cdot (3\cos \alpha + \sqrt{3}\sin \alpha)$. В $\triangle AHC$ $AH = a \cos \alpha$, $HC = a \sin \alpha$. В $\triangle MHC$ $HM = HC \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ$,

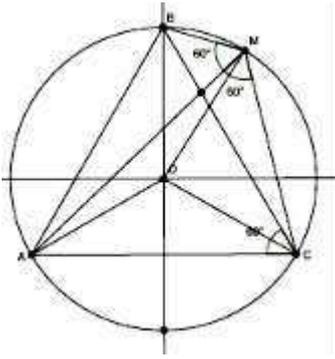
$$HM = \frac{1}{\sqrt{3}} a \sin \alpha \Rightarrow a \cdot (3\cos \alpha + \sqrt{3}\sin \alpha) = 3AM = 3c, \text{ сле-}$$

довательно, $c = b + d$. Считая в данной задаче нецелесообразным применение векторного метода, мы приводим это решение, как одно из возможных.

9. Метод комплексных координат



Расположим начало системы координат в центре описанной окружности. Точкам A, B и C соответствуют комплексные числа z_A, i, z_C , точке M соответствует z .



$$z_C = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad z_A = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \text{Пусть } e = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ,$$

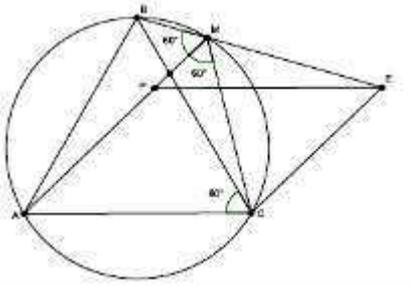
$$e = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad e - 1 = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, \quad e - 1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Числу $(i - z)e$ соответствует вектор, полученный поворотом на 60° против часовой стрелки вектора $i - z$. Числу $(z - z_C)(e - 1)$ соответствует вектор, полученный поворотом вектора $z - z_C$ на 120° против часовой стрелки. Векторы $(i - z)e$ и $(z - z_C)(e - 1)$ сонаправлены с вектором $z_A - z$. Так как выполняется равенство $(i - z)e + (z - z_C)(e - 1) = z_A - z$, следовательно, $AM = MC + BM$.

Мы привели один из возможных вариантов применения метода комплексных координат.

10. Метод поворота

Треугольник PEM получен поворотом треугольника $BСМ$ вокруг точки M на 60° , $PM = BM$, $ME = MC = CE$. $PE \parallel AC$ и $PE = AC \Rightarrow AP = CE \Rightarrow AM = CM + BM$.



Данное равенство можно получить, повернув треугольник $BСМ$ вокруг точки C на 60° против часовой стрелки [12, 28].

11. Применение дополнительной теоремы

Решение ряда геометрических задач упрощается благодаря применению таких дополнительных теорем, как, например, теорема Менелая или теорема Птолемея. Применим теорему Птолемея для вписанного четырехугольника $ABMC$ в нашем примере: $AM \cdot BC = AB \cdot CM + AC \cdot BM$. Стороны BC, AB, AC равны по условию, следовательно $AM = CM + BM$.

Оценочные материалы

7 класс

Контрольная работа №1

- 1). Три точки B , C , и D лежат на одной прямой. Известно, что $BD=17$ см, $DC=25$ см. Какой может быть длина отрезка BC ?
- 2). Сумма вертикальных углов MOE и DOC , образованных при пересечении прямых MC и DE , равна 204° . Найдите угол MOD .
- 3). С помощью транспортира начертите угол, равный 78° , и проведите биссектрису смежного с ним угла.

Контрольная работа №2

- 1). Отрезки EF и PQ пересекаются в их середине M . Докажите, что PE/QF .
- 2). Отрезок DM – биссектриса треугольника CDE . Через точку M проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекающая сторону DE в точке N . Найдите углы треугольника DMN , если один из них равен 75° .
- 3). На $AC//BD$, точка M – середина отрезка AB . Докажите, что M – середина отрезка CD .

Контрольная работа №3

- 1). В остроугольном треугольнике MNP биссектриса угла M пересекает высоту NK в точке O , причём $OK = 9$ см. Найдите расстояние от точки O до прямой MN .
- 2). Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.
- 3). Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найдите гипотенузу.

Контрольная работа №4

- 1). В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 42° . Найдите два других угла треугольника ABC .
- 2). Величины смежных углов пропорциональны числам 5 и 7 . Найдите разность между этими углами.
- 3). В прямоугольном треугольнике ABC , $AC = 10$ см, $CD=13$ см, $DE=AC$. Найдите AE .
- 4). В треугольнике MPK угол P составляет 60° угла K , а угол M на 4° больше угла P . Найдите угол P .

8 класс

Контрольная работа №1 по теме «Повторение»

1. Найдите все углы, которые получаются при пересечении двух прямых, если разность двух из них равна 20° .
2. Докажите, что в равностороннем треугольнике любые две медианы равны.
3. Концы отрезка AB лежат на параллельных прямых a и b . Докажите, что середина отрезка AB равноудалена от a и b .
4. Один из углов параллелограмма в три раза больше другого. Найдите все углы параллелограмма.

Контрольная работа №2 по теме «Четырёхугольники»

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . а) Докажите, что треугольник AOB равен треугольнику COD . б) Определите периметр треугольника AOB , если $AC=10$ см, $BD=6$ см, $AB=5$ см.
2. Один из углов параллелограмма равен 45° . Высота параллелограмма, проведенная из вершины его тупого угла, равная 4 см, делит сторону параллелограмма на два равных отрезка. Периметр параллелограмма равен $27,4$ см. Найдите: а) стороны параллелограмма; б) диагональ, проведенную из той же вершины, что и высота.

Контрольная работа №3 по теме: «Площади многоугольников. Теорема Пифагора»

1. Смежные стороны параллелограмма равны 32 см и 26 см, а один из его углов равен 120° . Найдите площадь параллелограмма.
2. Площадь прямоугольной трапеции 120 см^2 , а её высота равна 8 см. Найдите все стороны трапеции, если одно из оснований больше другого на 6 см.
3. На стороне AC данного треугольника ABC постройте точку D так, чтобы площадь треугольника ABD составила одну треть площади треугольника ABC.

Контрольная работа №4 по теме «Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике»

1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A=90^\circ$, $AB=20$ см, высота AD равна 12 см. Найдите AC и $\cos C$.
2. Диагональ BD параллелограмма ABCD перпендикулярна к стороне AD. Найдите площадь параллелограмма ABCD, если $AB=12$ см, $\angle A=45^\circ$.
3. Стороны AB и BC прямоугольника ABCD равны 6 см и 8 см. Найдите длины отрезков, на которые перпендикуляр, проведенный из вершины D к диагонали AC, делит эту диагональ.

Контрольная работа №5 по теме «Окружность»

1. Точки A, B, C лежат на окружности с центром O, $\angle AOB=80^\circ$, $\cup AC: \cup BC=2:3$. Найдите углы треугольника ABC.
2. Хорды AB и CD пересекаются в точке K, причем хорда AB делится точкой K на отрезки, равные 10 см и 6 см. На какие отрезки точка K делит хорду CD, если CD больше AB на 3 см?

9 класс

Тестирование I полугодие**Часть A**

A1. Выразить в радианах угол величиной 240°

- 1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{4\pi}{3}$ 3) $\frac{5\pi}{3}$ 4) $\frac{3\pi}{2}$

A2. Выразить в градусах угол величиной $\frac{5\pi}{6}$

- 1) 75° 2) 120° 3) 300° 4) 150°

A3. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

Вектор $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты

- 1) $\vec{c} = (-2; 3)$ 2) $\vec{c} = (1; -1)$ 3) $\vec{c} = (1; 1)$ 4) $\vec{c} = (-1; 1)$

A4. Найти длину вектора \overline{CD} , если заданы точки $C(-1; 2)$ и $D(-3; 1)$

- 1) 5 2) 17 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{17}$

A5. Найти вектор \overline{AB} , если заданы точки $A(-2; 5)$ и $B(3; -3)$

6. На контрольной работе предлагается тест из 10 вопросов. Известно, что на половину из них следует ответить «да», а на вторую половину – «нет». Сколькими способами можно ответить на вопросы теста при данном условии?

7. В турнире по игре в «крестики-нолики» на первенство лица Ваня С. и Сережа И. сыграли одинаковое количество партий, заболели и выбыли из турнира. Остальные участники доиграли турнир до конца. Всего было сыграно 28 партий. Играли ли Ваня и Сережа в этом турнире между собой.

8. Шестеро ребят во дворе большого дома часто играли в лапту «трое на трое». Однажды один из мальчиков уехал, и наши друзья остались впятером. Стали играть вдвоем против троих. А чтобы никому не было обидно, стали составлять команды всеми возможными способами. Сколько различных команд по три участника и сколько – по два участника можно составить из пяти человек?

9. В первой подгруппе 10 физико-математического класса Лицея ИГУ 12 человек (включая старосту, Володю Ш.). Из них решено выбрать пять человек – делегацию в лицей № 2. Сколькими способами это можно сделать?

10. Докажите, что

а) $C_n^k = C_n^{n-k}$,

б) $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Контрольная работа №1

1. Запишите определения: пустое множество, подмножество, мультимножество.
2. Запишите множество, состоящее из двух элементов; из трех элементов.
3. Найдите декартово произведение отрезка $[1;3]$ на отрезок $[2;4]$.
4. Найдите пересечение множеств A и B , если: а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{5, 4, 6, 1\}$; б) A – множество целых чисел, B – множество натуральных чисел.
5. Выпишите все подмножества множества $C = \{a, b, d, e\}$.

Контрольная работа №2

1. Напишите формулу перестановок и размещений.
2. Число сочетаний из n по 2 равно 21. Найдите n .
3. Сколько способов существует, чтобы рассадить 5 человек за круглым столом?

4. Сколькими способами можно выбрать 8 яблок из пакета с 12 яблоками?
5. В коробке 5 кубиков, пронумерованных от 1 до 5. Из коробки вынимаются друг за другом 3 кубика и в этом же порядке записывают полученные цифры. Сколько трехзначных чисел можно таким образом записать?

Контрольная работа №3

1. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.
2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и помнит лишь то, что эти цифры не обязательно различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
3. В группе 14 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажется 4 отличника.
4. Территория нефтебазы имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 30 м. На территории имеется емкость диаметром 10 м. Какова вероятность поражения емкости бомбой, попавшей на территорию нефтебазы, если попадание бомбы в любую точку равновероятное?
5. Вероятность того, что завтра утром пойдет дождь, равна 0,3. Вероятность того, что будет ветер 0,4. Какова вероятность того, что завтра утром будет дождь и ветер?

Контрольная работа №4

1. Инспектору стало известно, что был ограблен ювелирный магазин. Он знал, что это мог совершить либо матерый уголовник по кличке Лось, либо молодой воришка по кличке Малой, либо работник этого магазина Балалайкин, у которого возникли финансовые трудности. Инспектору из разных источников стало известно, что: магазин ограбил не Балалайкин; магазин ограбил Малой. Оказалось, что одно сообщение верно, а другое – ложно. Кто совершил кражу?
2. Один из пяти братьев – Никита, Глеб, Игорь, Андрей или Дима – испек маме пирог. Когда она спросила, кто сделал ей подарок, братья ответили следующее: Никита: "Пирог испек Глеб или Игорь". Глеб: "Это сделал не я и не Дима". Игорь: "Вы оба шутите". Андрей: "Нет, один из них обманул, а другой сказал правду". Дима: "Нет, Андрей, ты не прав". Мама знает, что трое из сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?
3. Комната площадью 12 м^2 покрыта тремя коврами. Площадь первого ковра 5 м^2 , второго – 4 м^2 , третьего – 3 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади $1,5\text{ м}^2$, причем $0,5\text{ м}^2$ из этих $1,5\text{ м}^2$ закрыты всеми тремя коврами. Найдите площадь пола не покрытую коврами. Покрытую лишь первым ковром.

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06-87/2 от 28.05.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА
«МАТЕМАТИКА» (АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ)
8, 9 классы
(естественно-математический, лингво-математический)
Срок реализации программы 2 года**

Составители программы: Березовская И.В., учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г.
Иркутска,
Киселевич Д.Я., учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г.
Иркутска,
Коваленок И.Л., учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г.
Иркутска,

г. Иркутск, 2021 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа составлена на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся, а так же оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Содержание предмета «Алгебра» реализуется на углубленном уровне сложности за счет обязательной части (Часть 1) и отдельного обязательного учебного предмета учебного плана (Часть 2) и имеет следующие названия:

1 часть – Алгебра (обязательная часть)

2 часть – Алгебра (ООУП)

При этом оценка за полугодия и год выставляется на основе средних баллов, полученных учащимся за каждую часть (вычисляется среднее арифметическое средних баллов и результат округляется по правилам математики).

Содержание предмета «Геометрия» реализуется на профильном уровне за счет выбора уровня сложности задач и интенсивного прохождения материала.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

Для реализации предмета «Алгебра». Всего

Предмет «Алгебра»	8 класс	9 класс	всего
Количество учебных недель	35	34	
Количество часов в неделю	4 (3+1)	4 (3+1)	
Количество часов в год	140	136	276

В том числе: для реализации 1 части Алгебра (обязательная часть)

Предмет «Алгебра», 1 часть УП (ОЧ)	8 класс	9 класс	всего
Количество учебных недель	35	34	
Количество часов в неделю	3	3	
Количество часов в год	105	102	207

В том числе: для реализации 2 части Алгебра (ООУП)

Предмет «Алгебра», 2 часть УП (ООУП)	8 класс	9 класс	всего
Количество учебных недель	35	34	
Количество часов в неделю	1	1	
Количество часов в год	35	34	69

Для реализации предмета «Геометрия»:

Предмет «Геометрия» 1 часть УП (ОЧ)	8 класс	9 класс	всего
Количество учебных недель	35	34	
Количество часов в неделю	2	2	
Количество часов в год	70	68	138

Программа предназначена для классов, сформированных из числа учащихся школ города Иркутска в 8-м (или 9-м классах) и предусматривает дифференциацию содержания на уровне 9 класса по двум вариантам; вариант №1 – для классов естественно-математической и

лингво-математической направленности, вариант №2 – для классов информационно-математической и экономико-математической направленности при одинаковом количестве учебных часов.

Учебники:

2. Алгебра: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2017.
3. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2017.
4. Кузьмин О.В. Комбинаторные методы решения логических задач: учеб. пособ./О.В.Кузьмин.- М.: Дрофа, 2006
5. Кузьмин О.В. Перечислительная комбинаторика: учеб. пособ./О.В.Кузьмин.-М.: Дрофа, 2005.
6. Атанасян Л.С. Геометрия. 7—9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений /Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, СБ. Кадомцев и др. — М. : Просвещение, 2015.

Дополнительная литература:

- 1) Мордкович А. Г. Алгебра .7, 8, 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2012.
- 2) Мордкович А. Г. Алгебра. 7, 8, 9 класс: задачник для общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2012Александрова Л. А., Алгебра 7,8, 9 класс: самостоятельные работы для общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2012.
- 3) Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. Алгебра 8. – М.: Просвещение, 2013.
- 4) Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре 8-9 / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – М. : Просвещение, 2016

Литература для учителя

- 1) Мордкович А. Г., Алгебра: тесты для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 201
- 2) Алгебра 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации: учебно-тренировочные тесты. Под ред. Ф.Ф. Лысенко
- 3) Тесты для промежуточной аттестации 8-9 классы. Под ред. Ф.Ф. Лысенко
- 4) Контрольно-измерительные материалы. Алгебра 7,8,9 класс. Составитель В.В. Черноруцкий, ВАКО
- 5) Звавич, Л.И.. Задания по математике для подготовки к письменному экзамену по математике в 9 классе. Просвещение, 2011
- 6) Пичурин, Л.Ф. За страницами учебника алгебры

ЦОР (цифровые образовательные ресурсы: диски, Интернет-источники)

- 1) <http://www.math.ru>
 - 2) <http://www.etudes.ru>
 - 3) <http://www.mccme.ru>
 - 4) <http://kvant.mccme.ru>
- <http://сдамгиа.ру>

**СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ
«АЛГЕБРА». 1 часть (ОЧ УП)**

8 класс (алгебра) – 3 часа в неделю

1. Алгебраические дроби

Основное свойство дроби, сокращение дробей. Сложение и вычитание алгебраических дробей. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень. Преобразование рациональных выражений. Первые представления о решении рациональных уравнений. Степень с отрицательным целым показателем. Функция $y = \frac{k}{x}$; ее свойства и график.

2. Арифметический квадратный корень. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня.

Функция $y = x^2$, ее свойства и график. Рациональные числа. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа. Иррациональные числа. Множество действительных чисел. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график. Свойства квадратных корней. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня. Алгоритм извлечения квадратного корня. Модуль действительного числа. Формула $\sqrt{x^2} = |x|$.

Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$.

Дробно-линейная функция, ее свойства и график.

3. Квадратные уравнения

Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций.

4. Элементы теории делимости

Делимость чисел. Простые и составные числа. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Основная теорема арифметики натуральных чисел.

5. Алгебраические уравнения

Многочлены от одной переменной. Уравнения высших степеней, теорема Безу. Рациональные уравнения.

6. Неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств, совокупности линейных неравенств.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Линейные неравенства. Доказательство неравенств. Системы линейных неравенств. Совокупности линейных неравенств. Приближенные вычисления. Стандартный вид положительного числа.

9 класс (алгебра) (естественно-математический и лингво-математический – 3 часа в неделю)

1. Числовые функции. Квадратичная функция.

Определение числовой функции. Область определения, область значений функции. Способы задания функции. График функции. Свойства функций. Четные и нечетные функции. Монотонность и экстремумы функции. Решение квадратных неравенств с помощью свойств квадратичной функции. Метод интервалов.

2. Уравнения. Системы уравнений.

Уравнения с двумя переменными. Основные понятия, связанные с системами уравнений с двумя переменными. Методы решения систем уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Системы с модулями.

3. Неравенства с одной и двумя переменными. Системы и совокупности неравенств.

Рациональные неравенства. Множества и операции над ними. Системы неравенств. Совокупности неравенств. Простейшие уравнения и неравенства с модулями. Неравенства с двумя переменными. Основные понятия, связанные с системами неравенств с двумя переменными. Задачи с параметрами.

4. Элементы прикладной математики.

Математическое моделирование.

5. Числовые последовательности.

Числовые последовательности. Свойства числовых последовательностей. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия.

6. Степень с рациональным показателем.

Определение и свойства корня n -й степени. Определение и свойства степени с дробно-рациональным показателем. Преобразование выражений с дробно-рациональным показателем.

7. Тригонометрические выражения.

Единичная окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса. Основные тригонометрические формулы. Формулы приведения. Формулы сложения, двойного и половинного углов.

9 класс (алгебра) (информационно-математический и экономико-математический – 3 часа в неделю)

1. Числовые функции. Квадратичная функция.

Определение числовой функции. Область определения, область значений функции. Способы задания функции. График функции. Свойства функций. Четные и нечетные функции. Монотонность и экстремумы функции. Решение квадратных неравенств с помощью свойств квадратичной функции. Метод интервалов.

2. Уравнения. Системы уравнений.

Уравнения с двумя переменными. Основные понятия, связанные с системами уравнений с двумя переменными. Методы решения систем уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Системы с модулями. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций.

3. Неравенства с одной и двумя переменными. Системы и совокупности неравенств.

Рациональные неравенства. Множества и операции над ними. Системы неравенств. Совокупности неравенств. Простейшие уравнения и неравенства с модулями. Неравенства с двумя переменными. Основные понятия, связанные с системами неравенств с двумя переменными. Задачи с параметрами.

4. Элементы прикладной математики.

Математическое моделирование.

5. Числовые последовательности.

Числовые последовательности. Свойства числовых последовательностей. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

8 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
Повторение		5	
1	Формулы сокращенного умножения	1	
2,3	Разложение многочленов на множители. Сокращение дробей.	2	
4	Линейная функция и ее график.	1	
5	Решение уравнений. Решение систем уравнений.	1	

Алгебраические дроби		18	
6,7	Основные понятия. Основное свойство дроби	2	
8,9	Сложение и вычитание алгебраических дробей	2	
10,11	Умножение и деление алгебраических дробей.	2	
12	Возведение алгебраической дроби в степень	1	
13,14	Преобразование рациональных выражений	2	
15	Доказательство тождеств	1	
16	Все действия с рациональными дробями	1	
17	Контрольная работа № 1		1
18	Первые представления о решении рациональных уравнений	1	
19	Область допустимых значений уравнения	1	
20,21	Степень с отрицательным целым показателем	2	
22,23	Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график	2	
Квадратный корень, свойства. Функция $y = \sqrt{x}$.		23	
24	Функция $y = x^2$ её свойства и график.	1	
25,	Понятие квадратного корня из неотрицательного числа. Арифметический квадратный корень	1	
26	Иррациональные числа. Множество действительных чисел	1	
27	Свойства квадратных корней.	1	
28, 29	Применение свойств квадратных корней для преобразования выражений	2	
30,31	Доказательство тождеств.	2	
32,33	Преобразование выражений, содержащих знак квадратного корня	2	
34	Контрольная работа № 2		1
35	Анализ контрольной работы	1	
36	Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график.	1	
37	Работа по графикам	1	
38,	Решение уравнений графическим методом.	1	
39	Как построить график функции $y=f(x+l)+m$, если известен график функции $y=f(x)$.	1	
40	Свойства преобразованных функций.	1	
41, 42	Построение графиков с помощью преобразований.	2	
43, 44	Дробно-линейная функция, её свойства и график	2	
45	Контрольная работа № 3		1
46	Анализ контрольной работы	1	
Квадратные уравнения		16	
47, 48	Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями. Приведенное и неприведенное квадратные уравнения	2	
49	Решение неполных квадратных уравнений	1	
50	Формулы корней квадратного уравнения	1	

51, 52	Решение квадратных уравнений	2	
53, 54	Теорема Виета. Применение теоремы Виета	2	
55	Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители	1	
56	Решение текстовых задач с помощью уравнений	1	
57,58	Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	2	
59, 60	Решение текстовых задач с помощью уравнений	2	
61	Контрольная работа № 4		1
62	Анализ контрольной работы	1	
Элементы теории делимости		9	
63,64	Делимость чисел	2	
65	Простые и составные числа	1	
66	Деление с остатком	1	
67,68	НОК и НОД чисел	2	
69	Основная теорема арифметики натуральных чисел	1	
70	Каноническое разложение на простые множители	1	
71	Контрольная работа № 5		1
Алгебраические уравнения		13	
72,73	Многочлены от одной переменной. Стандартный вид многочлена, преобразование многочленов	2	
74,75	Деление многочлена на многочлен	2	
76	Теорема Безу	1	
77,78	Уравнения высших степеней	2	
79, 80	Решение уравнений	2	
81,82	Решение уравнений методом замены переменной.	2	
83	Контрольная работа № 6		1
84	Анализ контрольной работы	1	
Неравенства		14	
85	Числовые неравенства	1	
86,87	Свойства числовых неравенств и их применение.	2	
88	Решение линейных неравенств	1	
89	Графический метод решения неравенств	1	
90,91	Доказательство неравенств	2	
92,93	Системы неравенств	2	
94,95	Совокупности неравенств	2	
96	Приближенные вычисления	1	
97	Стандартный вид положительного числа	1	
98	Контрольная работа № 7		1
Итоговое повторение		4	
99	Решение дробных рациональных уравнений	1	
100	Решение текстовых задач	1	

101	Решение неравенств, систем неравенств	1	
102	Итоговая контрольная работа № 8		1
103	Анализ контрольной работы	1	
104, 105	Итоговые занятия.	2	

9 класс алгебра. Вариант №1 (9 естественно-математический, 9 лингво-математический)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
1. Повторение курса алгебры 8-го класса.		6	
1,2	Решение уравнений.	2	
3,4	Рациональные уравнения.	2	
5,6	Преобразование выражений	2	
2. Числовые функции. Квадратичная функция.		15	
7,8	Определение числовой функции. Область определения функции. Множество значений функции.	2	
9	График функции. Способы задания функции.	1	
10,11	Свойства функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства. Монотонность функций. Ограниченность функций.	2	
12	Четные и нечетные функции. Их свойства. Исследование функции на четность/нечетность.	1	
13,14	Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.	2	
15,16	Квадратичная функция. Её график и свойства.	2	
17,18	Построение графика квадратичной функции.	2	
19,20	Решение неравенств второй степени с помощью свойств квадратичной функции.	2	
21	Контрольная работа № 1.		1
3. Уравнения. Системы уравнений.		12	
22	Уравнения с двумя переменными. График уравнения с двумя переменными.	1	
23	Методы решения систем уравнений. Решение систем уравнений методом подстановки	1	
24	Решение систем уравнений методом алгебраического сложения.	1	
25	Решение систем уравнений методом умножения и деления.	1	
26,27	Однородные системы. Решение однородных систем.	2	
28,29	Симметрические системы. Решение симметрических систем.	2	
30,31	Решение систем уравнений методом введения новых переменных.	2	
32	Решение систем уравнений методом умножения и деления. Системы с модулями.	1	
33	Контрольная работа № 2.		1

4. Неравенства. Системы и совокупности неравенств.		13	
34	Рациональные неравенства.	1	
35,36	Метод интервалов для решения рациональных неравенств. Решение неравенств методом интервалов.	2	
37	Системы неравенств. Решение систем неравенств.	1	
38	Совокупности неравенств.	1	
39	Решение систем и совокупностей неравенств.	1	
40	Контрольная работа № 3.	1	
41	Простейшие уравнения с модулем.	1	
42,43	Простейшие неравенства с модулями. Решение неравенств с модулями.	2	
44,45	Неравенства с двумя переменными. Множество точек координатной плоскости, заданное неравенствами с двумя переменными	2	
46	Контрольная работа №4		1
5. Элементы прикладной математики		9	
47	Системы уравнений, как математические модели реальных ситуаций.	1	
48	Текстовые задачи, сводящиеся к системам уравнений.	1	
49,50	Задачи на движение.	2	
51,52	Задачи на работу.	2	
53,54	Задачи на доли и проценты.	2	
55	Контрольная работа № 5.		1
6. Числовые последовательности		15	
56	Определение числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности	1	
57	Определение арифметической прогрессии, способы задания, свойства. Формула n -го члена.	1	
58	Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.	1	
59,60	Решение задач на арифметическую прогрессию.	2	
61	Определение геометрической прогрессии, способы задания, свойства. Формула n -го члена.	1	
62	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии.	1	
63,64	Решение задач на геометрическую прогрессию.	2	
65,66	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.	2	
67	Смешанные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.	1	
68,69	Решение задач на прогрессии.	2	
70	Контрольная работа № 6.		1
7. Степень с рациональным показателем.		11	
71	Функция $y=x^n$, её свойства и графики.	1	
72	Арифметический корень n -ой степени.	1	
73	Свойства арифметического корня n -ой степени.	1	

74,75	Преобразование иррациональных выражений	2	
76	Определение степени с рациональным показателем.	1	
77,78	Свойства степени с рациональным показателем	2	
79,80	Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.	2	
81	Контрольная работа №7		1
8. Тригонометрические выражения.		15	
82	Единичная окружность. Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.	1	
83	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.	1	
84,85	Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса	2	
86	Основные тригонометрические формулы.	1	
87	Применение основных тригонометрических формул.	1	
88,89	Формулы приведения. Применение формул приведения.	2	
90,91	Формулы сложения. Применение формул сложения	2	
92	Формулы двойного угла.	1	
93	Формулы половинного угла и формулы понижения степени.	1	
94	Применение формул двойного и половинного угла.	1	
95	Преобразование тригонометрических выражений.	1	
96	Контрольная работа № 8		1
9. Повторение		6	
97	Преобразование алгебраических выражений.	1	
98	Функции и их свойства. Графики функций.	1	
99	Решение алгебраических уравнений.	1	
100	Решение неравенств и систем неравенств.	1	
101	Прогрессии.	1	
102	Итоговая контрольная работа.		1

9 класс алгебра, вариант №2 (9 информационно-математический, 9 экономико - математический)

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
1. Повторение с элементами углубления.		9	
1,2	Рациональные уравнения.	2	
3, 4	Решение уравнений заменой переменной	2	
5 - 7	Преобразование графиков	3	
8	Контрольная работа № 1		1
9	Анализ контрольной работы	1	
2. Числовые функции. Квадратичная функция.		15	
10	Определение числовой функции. График функции. Способы задания функции.	1	

11,12	Область определения функции. Множество значений функции.	2	
13	Свойства функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства. Монотонность функций. Экстремумы функции.	1	
14	Четные и нечетные функции. Их свойства.	1	
15,16	Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.	2	
17	Квадратичная функция. Её график и свойства.	1	
18, 19	Построение графика квадратичной функции.	2	
20, 21	Решение неравенств второй степени с помощью свойств квадратичной функции.	2	
22	Решение систем и совокупностей неравенств.	1	
23	Контрольная работа № 1.		1
24	Анализ контрольной работы	1	
3. Системы уравнений с двумя переменными.		18	
25, 26	Уравнения с двумя переменными. График уравнения с двумя переменными.	2	
27	Системы уравнений с двумя переменными и методы их решения.	1	
28	Решение систем уравнений графическим методом.	1	
29	Решение систем уравнений методом подстановки	1	
30	Решение систем уравнений методом алгебраического сложения.	1	
31	Решение систем уравнений методом умножения и деления.	1	
32, 33	Решение систем уравнений заменой переменной.	2	
34, 35	Однородные системы. Решение однородных систем.	2	
36, 37	Симметрические системы. Решение симметрических систем.	2	
38 - 40	Решение систем уравнений.	3	
41	Контрольная работа № 2		1
42	Анализ контрольной работы.	1	
4. Неравенства. Системы и совокупности неравенств.		18	
43	Рациональные неравенства.	1	
44, 45	Метод интервалов для решения рациональных неравенств. Решение неравенств методом интервалов.	2	
46-48	Подготовка к контрольной работе за 1-е полугодие. Контрольная работа № 3. Анализ контрольной работы.	2	1
49-51	Системы неравенств. Совокупности неравенств. Решение систем и совокупностей неравенств.	3	
52,53	Простейшие уравнения с модулем. Решение уравнений с модулем.	2	
54-56	Простейшие неравенства с модулями. Решение неравенств с модулями.	3	
57, 58	Неравенства с двумя переменными. Множество точек координатной плоскости, заданное неравенствами с двумя переменными	2	

59, 60	Контрольная работа №4. Анализ контрольной работы.	1	1
5.Элементы прикладной математики		12	
61	Системы уравнений, как математические модели реальных ситуаций.	1	
62	Текстовые задачи, сводящиеся к системам уравнений с двумя переменными..	1	
63,64	Задачи на движение.	2	
65,66	Задачи на работу.	2	
67, 68	Задачи на доли и проценты.	2	
89, 70	Решение текстовых задач.	2	
71,72	Контрольная работа № 5. Анализ контрольной работы.	1	1
6.Числовые последовательности.		18	
73,74	Понятие числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности	2	
75	Определение арифметической прогрессии, свойства. Формула n -го члена.	1	
76	Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии..	1	
77,78	Решение задач на арифметическую прогрессию.	2	
79	Определение геометрической прогрессии, свойства. Формула n -го члена.	2	
80	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии.	1	
81, 82	Решение задач на геометрическую прогрессию.	2	,
83,84	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.	2	100
85,86	Решение задач на прогрессии.	2	101,
87,88	Смешанные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию	2	
89,90	Контрольная работа № 6. Анализ контрольной работы.	1	1
7. Повторение		12	
91,92	Функции и их свойства. Графики функций.	2	
93, 94	Решение алгебраических уравнений.	2	
95	Решение неравенств и систем неравенств.	1	
96,97	Решение систем уравнений. Решение текстовых задач.	2	
98	Итоговая контрольная работа.		1
99-102	Анализ контрольной работы. Решение задач ОГЭ.	4	

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

8 класс

В направлении личностного развития:

Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания

В направлении метапредметного развития:

- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и

находить средства для их устранения;

- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации.

Предметные результаты

Числа

- Оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- сравнивать рациональные и иррациональные числа.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять правила приближенных вычислений при решении практических задач и решении задач других учебных предметов;
- выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений.

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- раскладывать на множители квадратный трехчлен;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;
- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;
- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;
- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

Уравнения и неравенства

- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований;
- решать дробно-линейные уравнения;
- решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной;
- решать несложные квадратные уравнения с параметром.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств, при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств, при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции.

- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$;

- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции $y=f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx+b)+c$;

- исследовать функцию по ее графику;
- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;

- использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов.

- Текстовые задачи
- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;
- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;

- анализировать затруднения при решении задач;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;

- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;

- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задач указанных типов;

- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;

- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;

- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациями.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;

- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;

- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

- История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.
- Методы математики
- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

9 класс

В направлении личностного развития:

Освоенность социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В направлении метапредметного развития:

- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.
- владеть основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной. Обучающийся сможет:
- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха.

Предметные результаты

Тождественные преобразования

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;
- выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Оперировать понятиями: уравнение, неравенство, корень уравнения, решение неравенства, равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств);

- решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным с помощью тождественных преобразований и заменой переменной;
- решать дробно-линейные уравнения;
- решать простейшие уравнения и неравенства с модулем ;
- решать уравнения вида $x^n = a$;
- использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств;
- решать линейные уравнения и неравенства с параметрами;
- решать несложные квадратные уравнения с параметром;
- решать несложные системы линейных уравнений с параметрами.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов;
- выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

- **Функции**

- Оперировать понятиями: функциональная зависимость, функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность функции, четность/нечетность функции;

- строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функции вида: $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$;

- на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции $y=f(x)$ для построения графиков функций $y = af(kx+b)+c$;

- составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой;

- исследовать функцию по ее графику;

- находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции;

- оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;

- решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам;

- использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов.

- **Текстовые задачи**

- Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности;

- использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач;

- различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи;

- знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от

условия к требованию);

- моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы;
- выделять этапы решения задачи и содержание каждого этапа;
- уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно;
- анализировать затруднения при решении задач;
- выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные;
- интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи;
- анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях;
- исследовать всевозможные ситуации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчета;
- решать разнообразные задачи «на части»;
- решать и обосновывать свое решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби;
- осознавать и объяснять идентичность задач разных типов, связывающих три величины (на работу, на покупки, на движение), выделять эти величины и отношения между ними, применять их при решении задач, конструировать собственные задач указанных типов;
- владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации;
- решать задачи на проценты, в том числе, сложные проценты с обоснованием, используя разные способы;
- решать логические задачи разными способами, в том числе, с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц;
- решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение;
- решать несложные задачи по математической статистике;
- овладеть основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациями.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учетом этих характеристик, в частности, при решении задач на концентрации, учитывать плотность вещества;
- решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат;
- решать задачи на движение по реке, рассматривая разные системы отсчета.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ «АЛГЕБРА (ООУП)». 2 часть.

8 класс

Раздел I. Введение в теорию множеств (9 часов)

Понятие множества. Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства. Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры. Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства. Законы де Моргана. Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества. Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества. Правила суммы и произведения конечных множеств. Метод включения и исключения.

Раздел II. Элементы комбинаторики (7 часов)

Комбинаторные задачи. Перебор возможных вариантов. Сочетания. Число сочетаний. Размещения. Число размещений. Перестановки и факториал. Число перестановок.

Раздел III. Начальные сведения статистики и теории вероятностей (9 часов)

Способы представления данных. Статистические характеристики набора данных. Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события. Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей. Несовместные, противоположные и независимые события. Сложение и умножение вероятностей.

Раздел IV. Элементы логики (10 часов)

Основные понятия логики. Решение логических задач методом рассуждения. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера. Решение логических задач методом составления таблиц. Утверждения. Противоположные утверждения. Прямое и обратное утверждения. Достаточные и необходимые условия

9 класс (9е и 9л)

1. Элементы теории конечных множеств (7 часов)

Соответствие между множествами. График и граф соответствия. Связь с понятием функции в курсе алгебры и начал анализа. Отношения на множестве. Примеры отношений. Бинарные отношения, их свойства.

2. Элементы математической логики (7 часов)

Понятие конечного графа. Полный граф, обход графа, цикл. Связный граф, понятие дерева. Решение логических задач с помощью графов. Высказывания. Истинные и ложные высказывания. Алгебра высказываний. Операции алгебры высказываний. Сложные высказывания.

3. Элементы перечислительной комбинаторики (12 часов)

Дискретное восприятие мира.. Комбинаторные модели в физике и естествознании. Правило суммы и произведения. Метод включения-исключения. Подмножества конечных множеств. Сочетания. Упорядоченные подмножества. Перестановки и размещения. Основные соотношения. Мультимножества и их подмножества. Сочетания с повторениями. Размещения с повторениями. Перестановки с повторениями и разбиения. Основные соотношения.

4. Элементы статистики и теории вероятностей (8 часов)

Случайное событие, достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности, равновозможность событий. Геометрическое и статистическое определения вероятности. Сумма событий, противоположное событие, совместные и несовместные события, теорема сложения вероятностей. Произведение событий, зависимые и независимые события, теорема умножения вероятностей.

9 класс (9и, 9э)

1. Степень с рациональным показателем.

Определение и свойства корня n -й степени. Определение и свойства степени с дробно-рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих корень n -й степени и степень с рациональным показателем.

2. Тригонометрические выражения.

Единиичная окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Основные тригонометрические формулы. Формулы приведения. Формулы сложения, двойного и половинного углов. Преобразование тригонометрических выражений.

Примечание: для 9 информационно-математического и экономико-математического классов «Дискретная математика» читается отдельным курсом.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

8 класс

Но-мер урока	Наименование разделов и тем уроков.	Кол-во часов	Контроль
1. Введение в теорию множеств		9	
1	Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства.	1	
2	Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры.	1	
3	Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства.	1	
4	Законы де Моргана.	1	
5	Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества.	1	
6	Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества.	1	
7	Правила суммы и произведения конечных множеств.	1	
8	Метод включения и исключения.	1	
9	Контрольная работа № 1.		1
2. Элементы комбинаторики		7	
10, 11	Сочетания. Число сочетаний.	2	
12, 13	Размещения. Число размещений	2	
14, 15	Перестановки и факториал. Число перестановок	2	
16	Контрольная работа № 2.		1
3. Начальные сведения статистики и теории вероятностей		9	
17	Способы представления данных	1	
18	Статистические характеристики набора данных	1	
19	Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события.	1	
20, 21	Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей	2	
22	Решение задач на классическое определение вероятностей	1	
23	Несовместные, противоположные и независимые события.	2	
24	Сложение и умножение вероятностей.		
25	Контрольная работа № 3.		1

4. Элементы логики		10	
26	Основные понятия логики.	1	
27	Решение логических задач методом рассуждения.	1	
28	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера.	1	
29, 30	Решение логических задач методом составления таблиц.	2	
31	Утверждения. Противоположные утверждения.	1	
32	Прямое и обратное утверждения.	1	
33	Достаточные и необходимые условия	1	
34	Контрольная работа № 4.		1
35	Обобщающее занятие	1	

9 класс. Вариант №1 (9 естественно-математический, 9 лингво-математический)

Номер урока	Название разделов и тем	Кол-во часов	Контроль
1. Элементы теории конечных множеств		6	1
1.	Соответствие между множествами. График и граф соответствия.	1	
2.	Связь с понятием функции в курсе алгебры и начал анализа.	1	
3.	Отношения на множестве. Примеры отношений.	1	
4, 5	Бинарные отношения, их свойства.	2	
6	Решение задач.	1	
7.	Контрольная работа № 1.		1
2. Элементы математической логики		6	1
8	Понятие конечного графа. Полный граф, обход графа, цикл. Связный граф, понятие дерева.	1	
9, 10	Решение логических задач с помощью графов.	2	
11.	Высказывания. Истинные и ложные высказывания. Сложные высказывания.	1	
12.	Алгебра высказываний. Операции алгебры высказываний.	1	
13	Решение задач.	1	
14	Контрольная работа № 2.		1
3. Элементы перечислительной комбинаторики		11	1
15	Дискретное восприятие мира. Комбинаторные модели в физике и естествознании.	1	
16	Правило суммы и произведения.	1	
17	Метод включения-исключения.	1	
18	Решение задач.	1	
19	Подмножества конечных множеств. Сочетания.	1	
20	Упорядоченные подмножества. Перестановки и размещения. Основные соотношения.	1	
21	Решение задач.	1	
22.	Мультимножества и их подмножества.	1	
23	Сочетания с повторениями. Число сочетаний с повторением. Основные соотношения.	1	

24.	Размещения с повторениями. Число размещений с повторением. Основные соотношения.	1	
25	Перестановки с повторениями и разбиения. Число перестановок с повторением и разбиений. Основные соотношения.	1	
26	Контрольная работа №3		1
3. Элементы статистики и теории вероятностей		7	1
27	Способы представления данных	1	
28.	Статистические характеристики набора данных	1	
29.	Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события.	1	
30.	Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей	1	
31.	Несовместные, противоположные и независимые события.	1	
32.	Сложение и умножение вероятностей.	1	
33	Контрольная работа № 4.		1
34.	Решение задач.	1	

9 класс. Вариант №2 (9 информационно-математический, 9 экономико-математический)

Номер урока	Название разделов и тем	Кол-во часов	Контроль
1. Арифметический корень степени n. Степень с рациональным показателем		12	1
1	Арифметический квадратный корень. Повторение.	1	
2	Функция $y=x^n$, её свойства и график.	1	
3	Арифметический корень n -ой степени.	1	
4	Свойства арифметического корня n -ой степени.	1	
5, 6	Преобразование иррациональных выражений.	2	
7	Определение степени с рациональным показателем.	1	
8,9	Свойства степени с рациональным показателем.	2	
10, 11	Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем. Преобразование иррациональных выражений.	2	
12, 13	Контрольная работа № 1. Анализ контрольной работы.	1	1
2. Тригонометрические выражения		20	1
14	Единичная окружность. Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.	1	
15	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.	1	
16, 17	Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса.	2	
18, 19	Основные тригонометрические формулы и их применение.	2	
20-22.	Формулы приведения и их применение.	3	
23, 24	Формулы сложения и их применение.	2	
25	Формулы двойного угла.	1	
26	Формулы половинного угла и формулы понижения степени.	1	

27	Применение формул двойного и половинного угла.	1	
28-31	Преобразование тригонометрических выражений.	4	
32	Контрольная работа № 2		1
33	Анализ контрольной работы.	1	
34	Итоговое занятие.	1	

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

8 класс

В направлении личностного развития:

Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания

В направлении метапредметного развития:

- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;

Предметные результаты

Учащийся научится:

- основным терминам в теории множеств и математической логики.
- основным терминам, связанным с комбинаторикой; основные комбинаторные соотношения;
- основным терминам, связанным со статистикой и теорией вероятностей; основным формулам теории вероятностей
- записывать конечные числовые множества, указывать их элементы, производить простейшие операции над ними;
- записывать бесконечные числовые множества, производить простейшие операции над ними;
- выделять подмножества и отдельные элементы по какому-либо признаку и устанавливать простейшие соответствия между множествами и отношения на множестве.
- решать логические задачи методом рассуждений;
- решать логические задачи табличным методом;
- решать логические задачи методом кругов Эйлера
- решать простейшие комбинаторные задачи при помощи правил суммы и произведения, метода включения-исключения;
- оперировать с неупорядоченными и упорядоченными подмножествами конечных множеств и мультимножеств;
- находить число сочетаний, размещений и перестановок без повторений.
- пользоваться основными понятиями и элементарными сведениями дискретной теории вероятностей;
- решать простейшие задачи, связанные с нахождением вероятностей случайных событий и характеристик случайных величин.

Учащийся сможет научиться:

- способам задания множеств и их подмножеств; определению свойств бесконечных множеств;
- специфике логических задач; методам решения простейших логических задач;
- специфике комбинаторных задач; методам решения простейших комбинаторных задач;
- представлению о случайном эксперименте и о случайных событиях в окружающем мире; о методах решения простейших статистических и вероятностных задач

9 класс (9е, 9л)

Элементы теории конечных множеств

- Иметь представление о способах задания множеств и их подмножеств; о бесконечных множествах и их свойствах; о понятиях операции и алгебры.
- Знать основные термины, связанные с теорией множеств;
- записывать конечные числовые множества, указывать их элементы, производить простейшие операции над ними;
- записывать бесконечные числовые множества, производить простейшие операции над ними;
- выделять подмножества и отдельные элементы по какому-либо признаку и устанавливать простейшие соответствия между множествами и отношения на множестве.

Элементы математической логики

- Иметь представление о специфике логических задач; о методах решения простейших логических задач;
- Знать основные термины, связанные с элементарным введением в математическую логику.
- строить простейшие графы, решать логические задачи при помощи графов.
- переводить предложения на язык алгебры высказываний;
- оперировать формулами алгебры высказываний.

Элементы перечислительной комбинаторики

- Иметь представление о специфике комбинаторных задач; о методах решения простейших комбинаторных задач;
- Знать основные термины, связанные с комбинаторикой;
- Знать основные комбинаторные соотношения;
- решать простейшие комбинаторные задачи при помощи правил суммы и произведения, метода включения-исключения;
- оперировать с неупорядоченными и упорядоченными подмножествами конечных множеств и мультимножеств;
- находить число сочетаний, размещений и перестановок без повторений и с повторениями;

Статистика и теория вероятностей

- Оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных;
- оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания;
- применять правило произведения при решении комбинаторных задач;
- решать задачи на вычисление вероятности с подсчетом количества вариантов с помощью комбинаторики.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

9 класс (9и, 9э)

Арифметический корень степени n . Степень с рациональным показателем.

Знать:

- понятие степенной функции с натуральным показателем и её графиков;
- определение арифметического корня n -ой степени;
- свойства арифметического корня n -ой степени;
- определение степени с рациональным показателем;
- свойства степени с рациональным показателем.

Уметь:

- находить значения выражений, содержащих корни и степени;
- применять свойств корня и степени для преобразования иррациональных выражений

Тригонометрические выражения.

Ввести понятия:

- единичной окружности;
- угла поворота;
- градусной и радианной меры угла;
- синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа;

Выработать навыки:

- определения свойств синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа с помощью единичной окружности;
- применения формул приведения;
- применять тригонометрические формулы для вычисления и преобразования выражений

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;
- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

**«ГЕОМЕТРИЯ»
СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

8 класс

Повторение (4 часа)

I. Четырехугольники (14 часов)

Понятия многоугольника, выпуклого многоугольника. Параллелограмм и его признаки и свойства. Трапеция. Прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства. Осевая и центральная симметрии.

II. Площади фигур (14 часов)

Понятие площади многоугольника. Площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции. Теорема Пифагора.

III. Подобные треугольники (19 часов)

Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Применение подобия к доказательствам теорем и решению задач. Соотношения между сторонами и углами

прямоугольного треугольника.

IV. Окружность (19 часов)

Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Четыре замечательные точки треугольника. Вписанная и описанная окружности.

9 классе

I. Вводное повторение (9 часов)

Основные определения и теоремы, изученные в 7-8 классах.

II. Векторы. Метод координат. (14 часов)

Вектор. Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Уравнения окружности и прямой. Применение векторов и координат при решении задач.

III. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов. (17 часов)

Синус, косинус и тангенс угла. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов и его применение в геометрических задачах.

IV. Длина окружности и площадь круга. (12 часов)

Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники.

Правильные многоугольники. Окружности, описанная около правильного многоугольника и вписанная в него. Построение правильных многоугольников. Длина окружности. Площадь круга.

V. Движения. (8 часов)

Отображение плоскости на себя. Понятие движения. Осевая и центральная симметрии. Параллельный перенос. Поворот. Наложения и движения. Понятие о гомотетии.

VI. Повторение. Решение задач (8 часов)

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

8 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
Повторение		4	
1	Повторение. Основные понятия геометрии.	1	
2	Повторение. Треугольники и их виды	1	
3	Повторение. Признаки равенства треугольников	1	
4	Решение задач на тему «Повторение»	1	
Четырехугольники		14	
5,6	Многоугольники. Четырехугольники.	2	
7,8	Параллелограмм. Свойства и признаки.	2	
9,10	Трапеция. Виды трапеций	2	
11,12	Прямоугольник. Свойства и признаки	2	
13,14	Ромб и квадрат.	2	
15	Решение задач на четырехугольники	1	
16	Подготовка к контрольной работе по теме «Многоугольники»	1	

17	Контрольная работа №1 по теме «Многоуголь-ника».		1
18	Анализ контрольной работы	1	
Площадь		14	
19,20	Площадь многоугольника.	2	
21,22	Площади параллелограмма	2	
23,24	Площади различных видов треугольников	2	
25,26	Площадь трапеции	2	
27	Площади других многоугольников	1	
28	Теорема Пифагора.	1	
29	Теорема обратная теореме Пифагора	1	
30	Решение задач по теме «Площадь».	1	
31	Контрольная работа № 2 по теме «Площадь».		1
32	Анализ контрольной работы	1	
Подобные треугольники		19	
33,34	Определение подобных треугольников.	2	
35	Свойства подобных треугольников.	1	
36,37	Первый признак подобия треугольников.	2	
38,39	Второй и третий признак подобия треугольников.	2	
40	Решение задач на подобные треугольники.	1	
41	Контрольная работа №3 по теме «Признаки подо-бия треугольников».		1
42,43	Применения подобия к доказательству теорем.	2	
44,45	Пропорциональные отрезки в прямоугольном тре-угольнике.	2	
46,47	Применения подобия к решению задач.	2	
48,49	Соотношения между сторонами и углами прямоуголь-ного треугольника.	2	
50	Решение задач по теме «Применение подобия к реше-нию задач».	1	
51	Контрольная работа №4 «Применение подобия к ре-шению задач».		1
Окружность		17	
52	Окружность. Взаимное расположение прямой и окруж-ности.	1	
53,54	Касательная к окружности и ее свойства	2	
55,56	Центральные углы.	2	
57,58	Вписанные углы	2	
59,60	Четыре замечательные точки треугольника.	2	
61,62	Вписанная окружность, ее свойства.	2	
63,64	Описанная окружность, ее свойства	2	
65,66	Решение задач по теме «Окружность».	2	
67	Контрольная работа № 5 по теме «Окружность».		1
68	Анализ контрольной работы	1	
69, 70	Повторение и обобщение материала.	2	

Номер урока	Название разделов и тем	Кол-во часов	Контроль
<i>Повторение с элементами углубления</i>		8	
1	Треугольник. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора.	1	
2	Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.	1	
3	Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике.	1	
4	Значения синуса, тангенса, котангенса для углов 30° , 45° , 60° .	1	
5	Обобщение понятия синуса, косинуса, тангенса, котангенса для прямого, тупого и развернутого углов.	1	
6	Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения.	1	
7	Вычисление площади треугольника, параллелограмма, трапеции.	1	
8	Контрольная работа № 1		1
<i>Векторы. Метод координат</i>		14	
9	Сложение и вычитание векторов Умножение вектора на число.	1	
10	Признак коллинеарности векторов.	1	
11	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.	1	
12	Координаты вектора.	1	
13	Связь между координатами вектора и координатами его концов.	1	
14	Координаты середины отрезка. Формула длины отрезка.	1	
15,16	Уравнение окружности.	2	
17,18	Уравнение прямой на плоскости, геометрический смысл коэффициентов и свободного члена.	2	
19-21	Решение задач на векторы.	3	
22	Контрольная работа № 2.		1
<i>Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов</i>		16	
23	Синус, косинус, тангенс. Формулы для вычисления координат точки	1	
24	Теорема о площади треугольника. Площадь параллелограмма.	1	
25,26	Теорема синусов, её следствие.	2	
27,28	Теорема косинусов, её следствие.	2	
29	Решение треугольников. (4 типа задач).	1	
30	Контрольная работа № 3.		1
31,32	Решение треугольников.	2	
33	Угол между векторами.	1	
34	Скалярное произведение векторов, его свойства.	1	
35	Скалярное произведение в координатах.	1	

36	Угол между прямыми.. Решение задач.	1	
37	Точка пересечения прямых. Решение задач.	1	
38	Контрольная работа № 4.		1
<i>Длина окружности и площадь круга</i>		12	
39	Правильные многоугольники.	1	
40	Окружность, описанная около правильного многоугольника.	1	
41	Окружность, вписанная в правильный многоугольник.	1	
42	Связь стороны и радиусов вписанной и описанной окружностей для правильного многоугольника.	1	
43	Формулы для вычисления площади правильного многоугольника.	1	
44	Решение задач на правильные многоугольники.	1	
45	Контрольная работа № 5		1
46	Длина окружности. Площадь круга.	1	
47	Площадь кругового сектора и кругового сегмента.	1	
48	Свойство хорд и касательных к окружности.	1	
49	Теорема о вписанном угле.	1	
50	Контрольная работа № 6.		1
<i>Движения</i>		8	
51	Отображение плоскости на себя.	1	
52	Понятие движения.	1	
53	Параллельный перенос.	1	
54	Поворот.	1	
55-57	Решение задач.	3	
58	Контрольная работа № 7.		1
<i>Повторение. Решение задач</i>		8	
59	Треугольники.	1	
60,61	Четырехугольники.	2	
62	Правильные многоугольники.	1	
63	Окружность.	1	
64	Метод координат.	1	
65, 66	Решение задач ЕГЭ	2	
67	Итоговая контрольная работа.		1
68	Анализ контрольной работы	1	

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

8 класс

В направлении личностного развития:

Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению, культуре, языку, вере, гражданской позиции. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания

В направлении метапредметного развития:

- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.

- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;

Предметные результаты

Учащийся научится в 8 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.
- Отношения
- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади многоугольников.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

Учащийся получит возможность научиться в 8 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять

тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равенств и равносоставленности;

- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символьному описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

9 класс

В направлении личностного развития:

Освоенность социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В направлении метапредметного развития:

- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.
- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;

Предметные результаты

Выпускник научится в 9 классе (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;

- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией плоских фигур (треугольников и четырехугольников).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.
- Отношения
- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач;
- характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.
- Измерения и вычисления
- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении многошаговых задач, в которых не все данные представлены явно, а требуют вычислений, оперировать более широким количеством формул длины, площади, объема, вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников) вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений в более сложных случаях, проводить вычисления на основе равенности и равноставленности;
- проводить простые вычисления на объемных телах;
- формулировать задачи на вычисление длин, площадей и объемов и решать их.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Векторы и координаты на плоскости

- Оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.
- История математики
- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

Выпускник получит возможность научиться в 9 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- формулировать и доказывать геометрические утверждения.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Отношения

- Владеть понятием отношения как метапредметным;
- свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники;
- использовать свойства подобия и равенства фигур при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для построения и исследования математических моделей объектов реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Свободно оперировать понятиями длина, площадь, объем, величина угла как величинами, использовать равновеликость и равносторонность при решении задач на вычисление, самостоятельно получать и использовать формулы для вычислений площадей и объемов фигур, свободно оперировать широким набором формул на вычисление при решении сложных задач, в том числе и задач на вычисление в комбинациях окружности и треугольника, окружности и четырехугольника, а также с применением тригонометрии;
- самостоятельно формулировать гипотезы и проверять их достоверность.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- свободно оперировать формулами при решении задач в других учебных предметах и при проведении необходимых вычислений в реальной жизни.

Геометрические построения

- Оперировать понятием набора элементов, определяющих геометрическую фигуру,
- владеть набором методов построений циркулем и линейкой;
- проводить анализ и реализовывать этапы решения задач на построение.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять построения на местности;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Преобразования

- Оперировать движениями и преобразованиями как метапредметными понятиями;
- оперировать понятием движения и преобразования подобия для обоснований, свободно владеть приемами построения фигур с помощью движений и преобразования подобия, а также комбинациями движений, движений и преобразований;

- использовать свойства движений и преобразований для проведения обоснования и доказательства утверждений в геометрии и других учебных предметах;
- пользоваться свойствами движений и преобразований при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- применять свойства движений и применять подобие для построений и вычислений.

Векторы и координаты на плоскости

- Свободно оперировать понятиями вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора;
- владеть векторным и координатным методом на плоскости для решения задач на вычисление и доказательства;
- выполнять с помощью векторов и координат доказательство известных ему геометрических фактов (свойства средних линий, теорем о замечательных точках и т.п.) и получать новые свойства известных фигур;
- использовать уравнения фигур для решения задач и самостоятельно составлять уравнения отдельных плоских фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать понятия векторов и координат для решения задач по физике, географии и другим учебным предметам.

История математики

- Понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях;
- рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России.

Методы математики

- Владеть знаниями о различных методах обоснования и опровержения математических утверждений и самостоятельно применять их;
- владеть навыками анализа условия задачи и определения подходящих для решения задач изученных методов или их комбинаций;
- характеризовать произведения искусства с учетом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве.

Приложение 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Разработка уроков на тему

«Метод интервалов для решения рациональных неравенств», 9 класс

Урок 1

Автор -Коваленок И.Л.,

Цели урока:

1. Систематизировать материал по теме «Свойства функции».
2. Научиться определять знаки рациональной функции на промежутках области определения, на которые её разбивают нули функции.

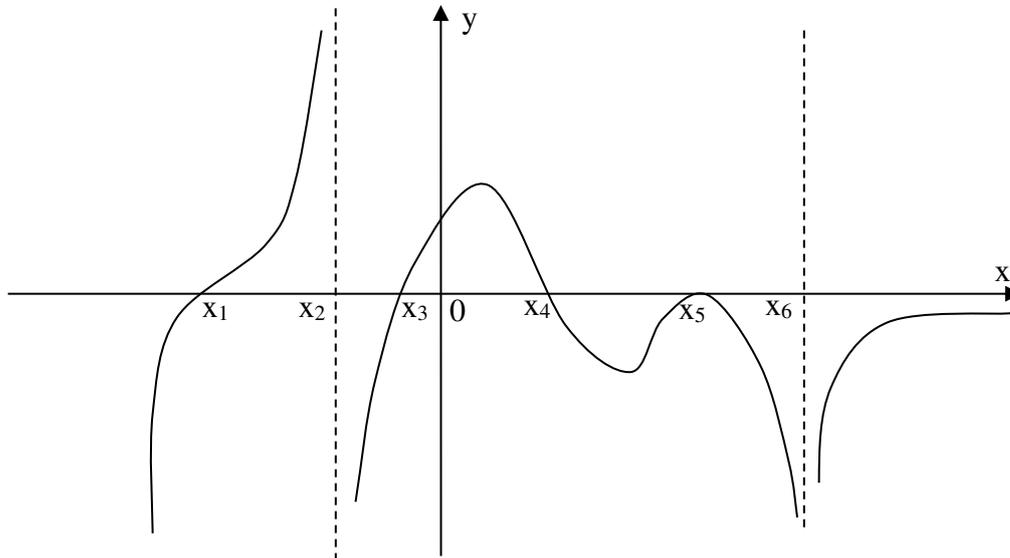
Ход урока:

1. Повторение свойств функции, которые используются в методе интервалов.

2. Определение промежутков знакопостоянства нескольких функций, заданных графиком или аналитически.
3. Описание метода интервалов.
4. Решение неравенств.

Задача. Определить промежутки знакопостоянства функции:

- 1) Рассмотрим функцию, график которой представлен на рисунке.



Очевидно,

функция **может** менять свой знак в точках пересечения с осью Ox , т.е. в своих нулях, или в точках разрыва, т.е. в точках, где функция не определена.

- 2) $f(x) = (x+1)x^2(x-1)^3(2-x)^4(3-x)^5$. При решении задачи следует определить знаки каждого множителя, выяснить, какие множители меняют знак, в каких точках и почему. Как отражается смена знака каждого множителя на знак всей функции. Решение этой задачи можно оформить в виде таблицы:

	$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; 3)$	$(3; +\infty)$
$x+1$	< 0	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0
x^2	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0
$(x-1)^3$	< 0	< 0	< 0	> 0	> 0	> 0
$(2-x)^4$	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0
$(3-x)^5$	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0	< 0
$f(x)$	> 0	< 0	< 0	> 0	> 0	< 0

Вывод. Знак функции меняется в точках числовой прямой, которые обращают в ноль множители, показатель степени у которых – нечётное число. В противном случае знак функции не меняется.

- 3). $f(x) = \frac{(x+3)(x+2)^2(x+1)^3}{(x-1)^4(x-2)^5}$. Данную функцию исследуем аналогично. Обращаем внимание на то, что знак функции зависит и от знака знаменателя.

Метод интервалов состоит в определении промежутков знакпостоянства функции.

Описание метода интервалов для решения неравенств вида $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$,

$$f(x) \geq 0, \text{ где } f(x) = \frac{(a_1x + b_1)^{k_1} (a_2x + b_2)^{k_2} \dots (a_nx + b_n)^{k_n}}{(a_{n+1}x + b_{n+1})^{k_{n+1}} \dots (a_{n+m}x + b_{n+m})^{k_{n+m}}}.$$

- 1) Находим нули функции и нули знаменателя (границы промежутков знакопостоянства).
- 2) Отмечаем найденные значения переменной на числовой прямой. При этом нули знаменателя всегда отмечаются пустыми кружками, т.к. они не принадлежат ОДЗ. Нули функции отмечаются пустыми или закрашенными кружками в зависимости от того, строгое или не строгое неравенство решается.
- 3) Каким – то образом помечаем те значения x , в которых знак функции не изменится (например, подчёркиваем их).
- 4) Определяем знак функции на одном из промежутков, на которые нули функции и знаменателя разбили числовую ось (удобнее на крайнем правом промежутке). Расставляем знаки функции на остальных промежутках, переходя последовательно от одного промежутка к другому, по правилу: *если следующий промежуток от предыдущего отделяет подчёркнутая точка, то знак функции не изменится, если же точка не подчёркнута, то знак функции поменяется.*
- 5) Заштриховываем те промежутки, на которых знак функции соответствует знаку неравенства
- 6) Записываем ответ. В ответ войдут все заштрихованные значения аргумента, в том числе и отдельные значения x , в которых функция равна нулю, если решаем не строгое неравенство.

Примеры решения неравенств методом интервалов.

1) Решить неравенство $\frac{(2x+5)(x+1)^2(3-x)^3}{x^5(x-2)^4(x-5)^9} \leq 0$.

Решение. Найдём нули функции, записанной в левой части неравенства. Очевидно, нас интересуют значения x , в которых числитель дроби обращается в 0. Нулями функции будут числа $x=-2,5$; $x=-1$ и $x=3$.

Найдём нули знаменателя. Это $x=0$, $x=2$ и $x=5$.

Отметим все полученные точки на числовой прямой и подчеркнём точки, соответствующие значениям $x = -1$ и $x = 2$. Проверяем знак дроби на промежутке $(5; +\infty)$, подставляя вместо x какое-либо значение из этого промежутка, например 155. Очевидно, в этой точке, а значит, во всех точках этого промежутка функция принимает отрицательные значения. На остальных промежутках расставляем знаки в соответствии с описанным правилом.



Аналогично решаем следующие неравенства.

2) $(x+3)^3(x+2)^2(x+1)^5(x-1)^7(x-2)^4(x-3) > 0$;

3) $\frac{(2-x)(x-4)}{x(3-x)(x+2)} < 0$;

4) $\frac{(2x+7)(x+2)^2(4-x)^3}{x^5(x-3)^4(x-6)^9} \geq 0$

Домашнее задание: 6.195, 6.198, 8.77 из «Сборника задач по алгебре для 8 – 9 классов» Галицкого М.Л. и др.

На следующем уроке следует рассмотреть неравенства, приводимые к неравенствам рассмотренного вида.

«Метод интервалов для решения рациональных неравенств», 9 класс

Урок 2.

Автор - Коваленок И.Л.,

Цели урока:

1. Закрепить знания, полученные на предыдущем уроке.
2. Научиться решать методом интервалов неравенства, сводящиеся к виду $f(x) > 0$,

$$f(x) < 0, f(x) \leq 0, f(x) \geq 0, \text{ где } f(x) = \frac{(a_1x + b_1)^{k_1} (a_2x + b_2)^{k_2} \dots (a_nx + b_n)^{k_n}}{(a_{n+1}x + b_{n+1})^{k_{n+1}} \dots (a_{n+m}x + b_{n+m})^{k_{n+m}}}.$$

Ход урока:

5. Проверка выполнения домашнего задания, посредством решения неравенств, аналогичных заданным на дом.
6. Решение неравенств, сводящихся к неравенствам указанного вида.

Задания для проверки выполнения домашней работы:

- 1) $(5 - 2x)(x - 3)^2(2x + 3)^3 \geq 0$;
- 2) $\frac{(2 + x)^2(1 + x)^3}{x(1 - x)^4(2 - x)^7} > 0$;
- 3) $\frac{(3x + 5)(4x - 9)^8(x - 5)}{(x + 4)(2x - 7)^7(x + 2)} \leq 0$.

Решение неравенств, сведением к рассмотренным выше: (решение первых двух неравенств рассмотрим вместе)

$$1) \frac{(x^2 + x - 2)(2x^2 - x - 1)(x^2 - x + 2)}{x^3 - 3x^2 - 9x + 27} < 0.$$

Решение: Найдем нули функции и нули знаменателя. Функция обращается в ноль при $x = 1$, $x = 2$, $x = -\frac{1}{2}$. Заметим, что $x = 1$ обращает в ноль две первые скобки числителя.

Последний множитель числителя не равен нулю ни при каких значениях x . А, значит, сохраняет один и тот же знак при всех действительных значениях переменной. **Последний множитель числителя всегда положителен.** Знаменатель разлагаем на множители методом группировки, получим $(x - 3)^2(x + 3)$ и находим нули знаменателя: $x = \pm 3$. Разложим на множители два квадратные трёхчлена в числителе и перепишем

неравенство в виде: $\frac{(x - 1)^2(x + 2)(2x + 1)(x^2 - x + 2)}{(x - 3)^2(x + 3)} < 0$. Далее неравенство решаем ме-

тодом интервалов. Заметим, что все необходимые для решения точки уже найдены. Остается только расставить их на числовой оси, проверить знаки и записать ответ:

$$x \in (-\infty; -3) \cup \left(-2; -\frac{1}{2}\right).$$

$$2) \frac{x - 1}{x} - \frac{x + 1}{x - 1} < 2.$$

Решение: Преобразуем неравенство к удобному для решения виду. Для этого перенесем все в одну сторону (удобнее в пару): $2 - \frac{x - 1}{x} + \frac{x + 1}{x - 1} > 0$. Приведём левую часть

неравенства к общему знаменателю: $\frac{2x^2 + x - 1}{x(x-1)} > 0$ и решаем так же, как в предыдущем примере.

3) $\frac{1}{x} < 1;$

4) $\frac{7}{(x-2)(x-3)} + \frac{9}{x-3} + 1 < 0;$

5) $\frac{2x-5}{x^2-6x-7} < \frac{1}{x-3};$

6) $(x^2 + 3x)(2x + 3) - 16 \cdot \frac{2x+3}{x^2 + 3x} \geq 0;$

7) $\frac{(x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)}{(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 4)} \leq 0;$

8) $\begin{cases} \frac{x}{x-5} > \frac{1}{2}; \\ \frac{5x+8}{4-x} < 2; \end{cases}$

9) $\begin{cases} \frac{1}{x+2} < \frac{3}{x-3}; \\ \frac{x-2}{3x+5} \leq 0. \end{cases}$

Домашнее задание: 8.76, 8.79, 8.80, 8.87, 8.91 из «Сборника задач по алгебре для 8 – 9 классов» Галицкого М.Л. и др.

Подборка задач по теме:

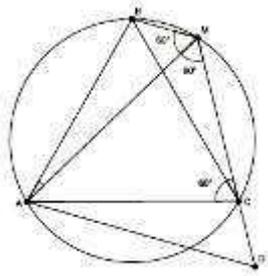
Подмножества конечных множеств. Сочетания

11. В классе 40% мальчиков. Математический кружок посещают 40% учеников, при этом 40% участников математического кружка составляют девочки. Какая часть мальчиков посещает математический кружок?
12. Учитель задал на уроке замысловатую задачу. В результате количество мальчиков, решивших эту задачу, оказалось равным числу девочек, ее не решивших. Кого в классе больше – решивших задачу или девочек?
13. 25 лицеистов, встретившись перед уроком дискретной математики, обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?
14. Сколько диагоналей имеется в выпуклом n-угольнике?
15. На плоскости даны n точек, никакие три из которых не расположены на одной прямой; сколько имеется треугольников с вершинами в этих точках?
16. На контрольной работе предлагается тест из 10 вопросов. Известно, что на половину из них следует ответить «да», а на вторую половину – «нет». Сколькими способами можно ответить на вопросы теста при данном условии?
17. В турнире по игре в «крестики-нолики» на первенство лицея Ваня С. и Сережа И. сыграли одинаковое количество партий, заболели и выбыли из турнира. Остальные участники доиграли турнир до конца. Всего было сыграно 28 партий. Играли ли Ваня и Сережа в этом турнире между собой.

18. Шестеро ребят во дворе большого дома часто играли в лапту «трое на трое». Однажды один из мальчиков уехал, и наши друзья остались впятером. Стали играть вдвоем против троих. А чтобы никому не было обидно, стали составлять команды всеми возможными способами. Сколько различных команд по три участника и сколько – по два участника можно составить из пяти человек?
19. В первой подгруппе 10 физико-математического класса Лицея ИГУ 12 человек (включая старосту, Володю Ш.). Из них решено выбрать пять человек – делегацию в лицей № 2. Сколькими способами это можно сделать?
20. Докажите, что а) $C_n^k = C_n^{n-k}$, б) $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$.

Задача одна – решения разные

Приведем пример задачи, к которой можно применить более 10 методов решения (доказательств).



Задача. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность. На окружности отмечена точка M , не совпадающая ни с одной из точек A , B и C . Докажите, что расстояние от точки M до одной из вершин треугольника равно сумме расстояний до двух других его вершин.

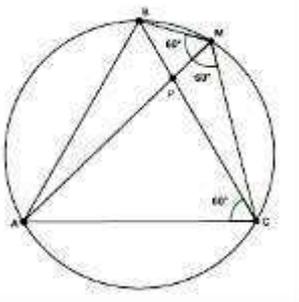
В книге [12] авторы привели пять решений этой задачи. Мы решили дополнить эти решения, опираясь на изложенную выше точку зрения.

2. Метод дополнительных построений

Продолжим MC за точку C так, что $CD = BM$. Так как $\angle ACD = \angle ABM = 120^\circ - \alpha$, где $\alpha = \angle BAM$ и $AB = AC$, следовательно, треугольники ACD и ABM равны. Треугольник AMD получился равносторонним, следовательно,

$$AM = BM + MC.$$

Мы привели один из возможных вариантов дополнительных построений.



2. Метод подобия

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $MC = d$. Так как углы ACM и APC равны $60^\circ + \alpha$, следовательно треугольники AMC и APC подобны:

$$\frac{PC}{MC} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow PC = \frac{ad}{c}.$$

Треугольники AMC и BPM подобны:

$$\frac{PB}{AC} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow PB = \frac{ab}{c}. \quad PC + PB = \frac{ad}{c} + \frac{ab}{c},$$

$$a = \frac{ad}{c} + \frac{ab}{c} \Rightarrow c = b + d.$$

Заметим, что удачное применение данного метода зависит от выбора пар подобных треугольников.

3. Применение теоремы косинусов

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$. В треугольнике BMC $a^2 = b^2 + d^2 + bd$. В треугольнике ABM $a^2 = b^2 + c^2 - bc$. Из этих равенств следует $d^2 + bd = c^2 - bc$, $b(d + c) = (c + d)(c - d) \Rightarrow c = b + d$.

4. Применение теоремы синусов

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$, $\angle ACM = \angle APC = \alpha$.

В $\triangle AMC$ $\frac{c}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin 60^\circ}$. В $\triangle BPM$ $\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{BP}{\sin 60^\circ}$. В $\triangle PMC$ $\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{PC}{\sin 60^\circ}$. Следо-

вательно, $\frac{b}{\sin \alpha} + \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin 60^\circ} \Rightarrow b + d = c$.

Возможен более тригонометрический вариант применения теоремы синусов на основе формулы синуса суммы двух углов (10-11 кл.).

5. Применение следствия теоремы синусов

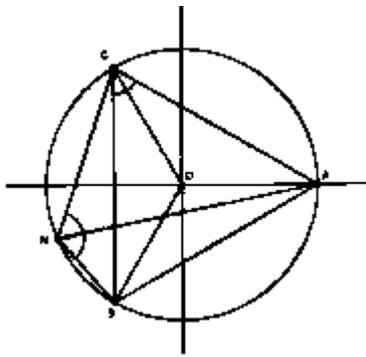
Пусть в $\triangle MAB$ $\angle BAM = \alpha$. Тогда $MB = 2R \sin \alpha$. В $\triangle MAC$, $MC = 2R \sin(60^\circ - \alpha)$, $AM = 2R \sin(60^\circ + \alpha)$. Тогда $MB + MC = 2R (\sin \alpha + \sin(60^\circ - \alpha)) = 2R \sin(60^\circ + \alpha)$, следовательно, $AM = MB + MC$

6. Метод площадей

Снова воспользуемся предыдущим рисунком. Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $MC = d$, $\angle ACM = \angle APC = \alpha$, $\angle ABM = 180^\circ - \alpha$. $S_{ABMC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC \cdot \sin \alpha$, $S_{ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM \cdot \sin \alpha$, $S_{ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin \alpha$. Для площади треугольника ABM применили формулу $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. $S_{ABMC} = S_{ACM} + S_{ABM} \Rightarrow AM = MC + BM$ ($BC = AB = AC$).

7. Координатный метод

Точка O – центр описанной окружности. Пусть $OC = 1$, $x^2 + y^2 = 1$ – уравнение окружно-



сти, $A(1; 0)$, $M(x, y)$, $-1 < x < -\frac{1}{2}$, $B(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$, $C(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

$$AM^2 = (x-1)^2 + y^2 = 2 - 2x,$$

$$BM = \sqrt{2+x+y\sqrt{3}}, \quad CM = \sqrt{2+x-y\sqrt{3}}.$$

Получаем равенство: $AM^2 = (BM + CM)^2$.

Заметим, что предложенный выбор системы координат минимизирует алгебраические выкладки. В этом можно убедиться, выбирая другую систему координат. Удачный выбор $ХОУ$ решает спор о целесообразности координатного метода.

8. Векторный метод

Пусть $AB = a$, $BM = b$, $AM = c$, $CM = d$, $\angle CAM = \alpha$

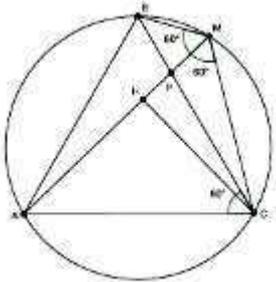
$$\vec{MA} = \vec{MC} + \vec{CA} = \vec{MB} + \vec{BA} \quad 2\vec{MA} = \vec{MC} + \vec{CA} + \vec{MB} + \vec{BA}$$

$$2\vec{MA} \cdot \vec{MA} = \vec{MA} \cdot (\vec{MC} + \vec{CA} + \vec{MB} + \vec{BA})$$

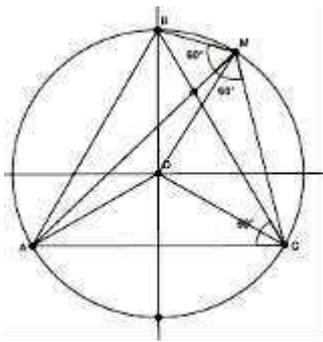
$$2c^2 = cd \cdot \cos 60^\circ + ca \cdot \cos(60^\circ - \alpha) + cb \cdot \cos 60^\circ + ca \cdot \cos \alpha$$

$$2c = \frac{1}{2}d + a \cdot \cos(60^\circ - \alpha) + \frac{1}{2}b + a \cdot \cos \alpha, \text{ или}$$

$$4c = d + b + a \cdot (3\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha). \text{ В } \triangle AHC \text{ } AH = a \cos \alpha, \text{ } HC = a \sin \alpha. \text{ В } \triangle MHC \text{ } HM = HC \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ,$$



$$HM = \frac{1}{\sqrt{3}} a \sin \alpha \Rightarrow a \cdot (3 \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) = 3AM = 3c, \text{ следовательно, } c = b + d.$$



Считая в данной задаче нецелесообразным применение векторного метода, мы приводим это решение, как одно из возможных.

9. Метод комплексных координат

Расположим начало системы координат в центре описанной окружности. Точкам A, B и C соответствуют комплексные числа z_A, i, z_C , точке M соответствует z .

$$z_C = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad z_A = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \text{Пусть } e = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ, \quad e = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, e$$

$$-1 = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, \quad e - 1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

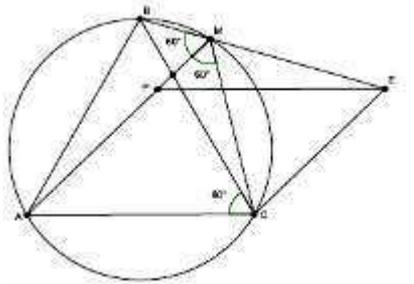
Числу $(i - z)e$ соответствует вектор, полученный поворотом на 60° против часовой стрелки вектора $i - z$. Числу $(z - z_C)(e - 1)$ соответствует вектор, полученный поворотом вектора $z - z_C$ на 120° против часовой стрелки. Векторы $(i - z)e$ и $(z - z_C)(e - 1)$ сонаправлены с вектором $z_A - z$. Так как выполняется равенство $(i - z)e + (z - z_C)(e - 1) = z_A - z$, следовательно, $AM = MC + BM$.

Мы привели один из возможных вариантов применения метода комплексных координат.

10. Метод поворота

Треугольник PEM получен поворотом треугольника BCM вокруг точки M на 60° , $PM = BM$, $ME = MC = CE$. $PE \parallel AC$ и $PE = AC \Rightarrow AP = CE \Rightarrow AM = CM + BM$.

Данное равенство можно получить, повернув треугольник BCM вокруг точки C на 60° против часовой стрелки [12, 28].



11. Применение дополнительной теоремы

Решение ряда геометрических задач упрощается благодаря применению таких дополнительных теорем, как, например, теорема Менелая или теорема Птолемея. Применим теорему Птолемея для вписанного четырехугольника $ABMC$ в нашем примере: $AM \cdot BC = AB \cdot CM + AC \cdot BM$. Стороны BC, AB, AC равны по условию, следовательно $AM = CM + BM$.

Приложение 2

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

8 класс

Входной срез 8 класс

1. Решите систему $\begin{cases} 4x + y = x + 2; \\ 2x - 2y = 3 - y. \end{cases}$

8. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$. Найдите $f(2) - 3 \cdot f(-1) + 2 \cdot f(0)$.

9. Постройте график уравнения $x^2 - xy - x + y = 0$, разложив его левую часть на множители.

10. Найдите значение выражения:

а) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$; б) $\frac{4^7 \cdot 64}{16^4}$ ж в) $\frac{42^9}{(6^2)^3 \cdot 7^9}$

11. Разложите на множители выражение $x^4 - 2x^2 - 3$.

12. Найдите значение выражения $ab - bc - ac$, если $a^2 + b^2 + c^2 = 19$ и $a + b - c = 7$.

13. Представьте выражение $2b(3a^2 + b^2)$ в виде разности кубов.

Контрольная работа № 5

9. Решите неравенство:

а) $2x + 3 > x + 1$; б) $2x - 1 \leq 5x + 1$; в) $3 - 2x > 2x$.

10. При каких значениях переменной x график функции $f(x) = 2x^2 - 3x - 11$ расположен не ниже, чем график функции $g(x) = (3 - 2x)(1 - x)$?

11. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 3x + 2 > 1 - x, \\ 3x - 1 > 4x + 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2 > 1 - x, \\ 3x + 4 > 4x - 1. \end{cases}$

12. Решите неравенство:

а) $|4 - x| \leq 3$; в) $|4 - x| \geq 5$;
б) $|4 - x| \leq 0$; г) $|4 - x| \geq -3$.

13. Укажите на координатной плоскости все точки, абсциссы которых удовлетворяют неравенству $-3 \leq x \leq 2$, ординаты — неравенству $|y - 1| \leq 2$.

14. При каких значениях параметра b корень уравнения $2x - b = 7$ больше, чем корень уравнения $3x + 5b = 11$?

15. Найдите все значения x , удовлетворяющие условиям

$$\begin{cases} -3x > -12 + x, \\ \begin{cases} x < -2, \\ x \geq 1, \end{cases} \\ 2x + 1 > -x - 10. \end{cases}$$

16. Решите уравнение $||2x - 3| - 1| = 1 - |3 - 2x|$.

Итоговая контрольная работа (2 часа)

13. Решите уравнение

$$f(x + 1) + f(x - 1) = x^2, \text{ если } f(x) = 2x + x^2 - 1.$$

14. Известно, что при делении на 5 число a дает остаток 3. Какой остаток получится при делении на 5 числа $2a^2 - 5a + 4$?

15. Постройте график функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3$ и укажите:

- а) нули функции;
- б) область определения функции;
- в) область значений функции;
- г) промежутки знакопостоянства функции.

16. При каких целых значениях параметра p корень уравнения $x + 3 = 5 - px$ является:

- а) целым числом; б) натуральным числом?

17. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее значения выражения

$$\frac{f(2+\sqrt{5})-f(2-\sqrt{5})}{f(2-\sqrt{5})+f(2+\sqrt{5})}, \text{ где } f(x) = 5 - x^2$$

18. Найдите все целочисленные решения уравнения:

а) $xy = 4$; б) $xy + x = 2y + 6$.

19. Представьте дробь $\frac{x-7}{x^2+x-2}$ в виде суммы двух дробей, знаменатели которых являются двучленами первой степени с целыми коэффициентами.

20. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{3^{-1}}{9a^2 + 3a + 1} + \frac{9a^3 - a}{27a^3 - 1} \right) : (3a + 1)^{-2} \text{ при } a = \frac{2}{3}$$

21. Докажите, что при любом $n \in Z$ значение выражения: а) $n^2 - 5n + 2$ кратно 2; б) $n^3 + 2n - 3$ кратно 3.
22. Известно, что число a при делении на 7 дает остаток 4, а при делении на 3 — остаток 1. Какой остаток получится при делении этого числа на 21?
23. Найдите наибольшее целое положительное решение системы
- $$\begin{cases} x - 4 \leq 1 - \frac{x - 1}{4} \\ 2x - 0,5 > \frac{x}{2} - 1,5. \end{cases}$$
24. Два экскаватора, работая совместно, могут вырыть котлован за 48 ч. За какое время каждый из них может вырыть котлован, работая в отдельности, если первому нужно для этого на 40 ч больше, чем второму?

9 класс

Контрольная работа по теме «Квадратичная функция».

- Выделить полный квадрат из квадратного трёхчлена $\frac{1}{3}x^2 + 2x - 2$.
- Разложить на множители квадратный трёхчлен: $x^2 + 7x - 18$.
- Сократить дробь $\frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 4x + 4}$.
- Постройте график функции $y = x^2 + x - 2$. Какие значения принимает функция, если $-2 \leq x < 2$?
- Постройте график функции $y = \frac{x - 1}{x^2 + 2x - 3}$. При каких значениях x функция принимает отрицательные значения?
- Постройте график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 1, & \text{если } x < 2, \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$ При каких значениях x выполняется неравенство $-2 < y \leq 2$?

Контрольная работа по теме «Решение рациональных неравенств»

- Решить неравенства:
 - $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$; 2) $x^2 - 4x > 0$; 3) $9x^2 - 5x + 2 \geq 0$;
 - $x^2 + 3x + 4 < 0$. 5) $(x + 4)(x - 2)(x - 3) \geq 0$; 6) $\frac{(2 - 7x)^5(3 - x)^2(x + 5)}{(x + 1)^4(x - 1)^3(3 + x)^6} \geq 0$;
- Решить системы неравенств:
 - $\begin{cases} \frac{x + 2}{x - 4} \leq 0, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - 9x + 20 > 0, \\ \frac{x^2 - 4}{x - 1} \geq 0. \end{cases}$
- Решить совокупность неравенств: $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0, \\ 2x^2 + 5x - 3 > 0. \end{cases}$

Контрольная работа по теме «Решение систем уравнений с двумя переменными».

$$1. \begin{cases} x - 2y = 7, \\ x^2 + 3xy + 9 = 0; \end{cases} \quad 2. \begin{cases} (x+1)(2y-1) = 0, \\ 4xy - x^2 - 2y^2 = 1; \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x - xy + y = 1, \\ x^2 + y^2 + 2x + 2y = 11. \end{cases}$$

2) Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 1, а в остатке 16. Если же к квадрату разности цифр этого числа прибавить произведение его цифр, то получится заданное число. Найдите это число.

Контрольная работа по теме «Прогрессия»

1. Найдите первый положительный член арифметической прогрессии: -10,2; -9,5; ...
2. Какое наибольшее число последовательных нечётных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы их сумма осталась меньше 400?
3. Определите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, у которой разность между вторым и первым членами равна 6, разность между четвёртым и третьим равна 54.
4. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если её четвёртый член равен $\frac{1}{24}$, а знаменатель равен $\frac{1}{2}$.

Контрольная работа по теме «Корень n -ой степени и степень с рациональным показателем».

1. Вычислить: 1) $\sqrt{49} + \sqrt[3]{125} + \sqrt[5]{-243}$; 2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5}$; 3) $\sqrt[5]{96 \cdot 81}$;
4) $16^{\frac{5}{4}} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}}$; 5) $12^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} \cdot 0,5^{\frac{1}{3}}$; 6) $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{1}{4}} + \left(2\frac{2}{3}\right)^{-1}$.
2. Сократить дробь: $\frac{x^{\frac{1}{4}} - \sqrt{3}}{\frac{1}{x^2} - 3}$.
3. Упростить: 1) $(x^{0,8})^{0,5} \cdot x^{0,6}$; 2) $b^{\frac{3}{4}} : \sqrt[4]{b}$; 3) $\frac{\left(a^2 \cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{9}{8}}}$ и вычислить при $b = 2$.

Контрольная работа по теме «Понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа, основные тригонометрические формулы»

1. $\sin \alpha = \frac{2}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$.
2. $\operatorname{ctg} \alpha = 0,3$, $180^\circ < \alpha < 360^\circ$. Найдите $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\cos \alpha$.
3. Упростить выражение $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ и вычислить при $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.
4. Упростить выражение $\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - 1$.
5. Доказать тождество $\frac{1 - \sin \beta}{\cos \beta} - \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta} + 2 \operatorname{tg} \beta = 0$.

Контрольная работа по теме «Формулы сложения, формулы двойного и половинного угла».

1. Вычислить: 1) $\sin 67^\circ \cos 22^\circ - \sin 22^\circ \cos 67^\circ$;
2) $\cos 160^\circ \cos 10^\circ + \sin 160^\circ \sin 10^\circ$;

3) $\sin 38^\circ \cos 22^\circ + \sin 52^\circ \cos 68^\circ$;

4) $\cos^2 165^\circ - \sin^2 165^\circ$; 5) $\cos^2 \frac{\pi}{12}$.

2. Найти $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$, если $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

3. Упростить выражение:

1) $\frac{\sin 6t}{\cos^2 3t}$; 2) $2\sin^2 \frac{3\alpha}{2} + \cos 3\alpha$; 3) $\cos^2 a - 4\sin^2 \frac{a}{2} \cdot \sin^2 \frac{\pi + \alpha}{2}$.

Итоговая контрольная работа в формате ГИА.

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{9,2}{0,5-2,8}$.

2 На координатной прямой точками отмечены числа $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{13}$; 0,24; 0,21.



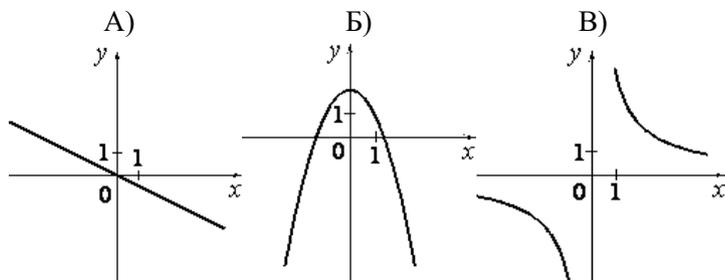
Какому числу соответствует точка А?

1) $\frac{2}{9}$ 2) $\frac{3}{13}$ 3) 0,24 4) 0,21

3 Найдите значение выражения $\sqrt{11 \cdot 2^4} \cdot \sqrt{11 \cdot 3^2}$.

4 Найдите корень уравнения $x + \frac{x}{9} = -\frac{10}{3}$.

5 Установите соответствие между функциями и их графиками.



1) $y = \frac{4}{x}$

2) $y = 2 - x^2$

3) $y = -\frac{1}{2}x$

А	Б	В

Ответ запишите в виде трёхзначного числа, например, 132.

6 Последовательность (c_n) задана условиями $c_1 = -4$, $c_{n+1} = c_n - 2$. Найдите c_{10} .

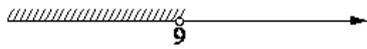
7 Найдите значение выражения $\frac{a}{ab-b^2} : \frac{a}{a^2-b^2}$ при $a = 0,7$ и $b = 0,2$.

8 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

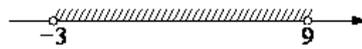
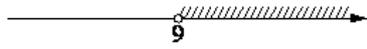
$$\begin{cases} 9 + 3x > 0 \\ 6 - 3x < -21 \end{cases} ?$$

1)

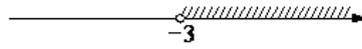
2)



3)



4)



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $(x-3)^2(x-5) = 35(x-3)$.

22 Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 45 минут раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 12 минут после выезда. Сколько минут затратил на путь из В в А велосипедист?

23 Постройте график функции $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{4}, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ -x + 2, & \text{если } x > 2 \\ x + 2, & \text{если } x < -2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Часть 2.

Контрольная работа №1

6. Запишите определения: пустое множество, подмножество, мультимножество.
7. Запишите множество, состоящее из двух элементов; из трех элементов.
8. Найдите декартово произведение отрезка $[1; 3]$ на отрезок $[2; 4]$.
9. Найдите пересечение множеств А и В, если: а) $A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{5, 4, 6, 1\}$; б) А – множество целых чисел, В – множество натуральных чисел.
10. Выпишите все подмножества множества $C = \{a, b, d, e\}$.

Контрольная работа №2

1. Инспектору стало известно, что был ограблен ювелирный магазин. Он знал, что это мог совершить либо матерый уголовник по кличке Лось, либо молодой воришка по кличке Малой, либо работник этого магазина Балалайкин, у которого возникли финансовые трудности. Инспектору из разных источников стало известно, что: магазин ограбил не Балалайкин; магазин ограбил Малой. Оказалось, что одно сообщение верно, а другое – ложно. Кто совершил кражу?
2. Один из пяти братьев – Никита, Глеб, Игорь, Андрей или Дима – испек маме пирог. Когда она спросила, кто сделал ей подарок, братья ответили следующее: Никита: "Пирог испек Глеб или Игорь". Глеб: "Это сделал не я и не Дима". Игорь: "Вы оба шутите". Андрей: "Нет, один из них обманул, а другой сказал правду". Дима: "Нет, Андрей, ты не прав". Мама знает, что трое из сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?
3. Комната площадью 12 м^2 покрыта тремя коврами. Площадь первого ковра 5 м^2 , второго – 4 м^2 , третьего – 3 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади $1,5\text{ м}^2$, причем $0,5\text{ м}^2$ из этих $1,5\text{ м}^2$ закрыты всеми тремя коврами. Найдите площадь пола не покрытую коврами. Покрытую лишь первым ковром.

Контрольная работа №3

6. Напишите формулу перестановок и размещений.
7. Число сочетаний из n по 2 равно 21. Найдите n .
8. Сколько способов существует, чтобы рассадить 5 человек за круглым столом?
9. Сколькими способами можно выбрать 8 яблок из пакета с 12 яблоками?
10. В коробке 5 кубиков, пронумерованных от 1 до 5. Из коробки вынимаются друг за другом 3 кубика и в этом же порядке записывают полученные цифры. Сколько трехзначных чисел можно таким образом записать?

Контрольная работа №4

6. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.
7. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и помнит лишь то, что эти цифры не обязательно различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
8. В группе 14 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажется 4 отличника.
9. Территория нефтебазы имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 30 м. На территории имеется емкость диаметром 10 м. Какова вероятность поражения емкости бомбой, попавшей на территорию нефтебазы, если попадание бомбы в любую точку равновероятное?
10. Вероятность того, что завтра утром пойдет дождь, равна 0,3. Вероятность того, что будет ветер 0,4. Какова вероятность того, что завтра утром будет дождь и ветер?

ГЕОМЕТРИЯ

8 класс

Контрольная работа №1 по теме «Повторение»

5. Найдите все углы, которые получаются при пересечении двух прямых, если разность двух из них равна 20° .
6. Докажите, что в равностороннем треугольнике любые две медианы равны.
7. Концы отрезка AB лежат на параллельных прямых a и b . Докажите, что середина отрезка AB равноудалена от a и b .
8. Один из углов параллелограмма в три раза больше другого. Найдите все углы параллелограмма.

Контрольная работа №2 по теме «Четырехугольники»

3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . **а)** Докажите, что треугольник AOB равен треугольнику COB . **б)** Определите периметр треугольника AOB , если $AC=10$ см, $BD=6$ см, $AB=5$ см.
4. Один из углов параллелограмма равен 45° . Высота параллелограмма, проведенная из вершины его тупого угла, равная 4 см, делит сторону параллелограмма на два равных отрезка. Периметр параллелограмма равен 27,4 см. Найдите: **а)** стороны параллелограмма; **б)** диагональ, проведенную из той же вершины, что и высота.

Контрольная работа №3 по теме: «Площади многоугольников. Теорема Пифагора»

4. Смежные стороны параллелограмма равны 32 см и 26 см, а один из его углов равен 120° . Найдите площадь параллелограмма.
5. Площадь прямоугольной трапеции 120 см^2 , а её высота равна 8 см. Найдите все стороны трапеции, если одно из оснований больше другого на 6 см.
6. На стороне AC данного треугольника ABC постройте точку D так, чтобы площадь треугольника ABD составила одну треть площади треугольника ABC .

Контрольная работа №4 по теме «Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике»

4. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A=90^\circ$, $AB=20$ см, высота AD равна 12 см. Найдите AC и $\cos C$.
5. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна к стороне AD . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AB=12$ см, $\angle A=45^\circ$.
6. Стороны AB и BC прямоугольника $ABCD$ равны 6 см и 8 см. Найдите длины отрезков, на которые перпендикуляр, проведенный из вершины D к диагонали AC , делит эту диагональ.

Контрольная работа №5 по теме «Окружность»

3. Точки A, B, C лежат на окружности с центром O , $\angle AOB=80^\circ$, $\angle ACB: \angle ABC=2:3$. Найдите углы треугольника ABC .
4. Хорды AB и CD пересекаются в точке K , причем хорда AB делится точкой K на отрезки, равные 10 см и 6 см. На какие отрезки точка K делит хорду CD , если CD больше AB на 3 см?

9 класс

Тестирование I полугодие

Часть А

A1. Выразить в радианах угол величиной 240°

- 1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{4\pi}{3}$ 3) $\frac{5\pi}{3}$ 4) $\frac{3\pi}{2}$

A2. Выразить в градусах угол величиной $\frac{5\pi}{6}$

- 1) 75° 2) 120° 3) 300° 4) 150°

A3. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}-6\vec{j}$ и $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}$.

Вектор $\vec{c}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ имеет координаты

- 1) $\vec{c}=(-2;3)$ 2) $\vec{c}=(1;-1)$ 3) $\vec{c}=(1;1)$ 4) $\vec{c}=(-1;1)$

A4. Найти длину вектора \overline{CD} , если заданы точки $C(-1;2)$ и $D(-3;1)$

- 1) 5 2) 17 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{17}$

A5. Найти вектор \overline{AB} , если заданы точки $A(-2;5)$ и $B(3;-3)$

- 1) $\overline{AB}=\vec{i}+2\vec{j}$ 2) $\overline{AB}=-5\vec{i}+8\vec{j}$
3) $\overline{AB}=-2\vec{i}-3\vec{j}$ 4) $\overline{AB}=5\vec{i}-8\vec{j}$

A6. Точка P лежит на стороне AB треугольника ABC , а точка T – на стороне BC . Найдите угол BPT , если угол A равен 50° , угол C равен 70° , а угол PTC равен 130° .

- 1) 50° 2) 70° 3) 60° 4) 90°

A7. AB и PT – две пересекающиеся в точке O хорды окружности. Найдите величину угла TOB между этими хордами, если дуга AP равна 20° , а дуга BT равна 120° .

- 1) 140° 2) 100° 3) 50° 4) 70°

A8. В треугольнике ABC угол A равен 50° , угол B равен 50° . Найдите угол между биссектрисами углов B и C .

- 1) 105° 2) 75° 3) 65° 4) 60°

A9. Длина дуги окружности радиуса 12 и градусной мерой 60° равна

- 1) 12π 2) 4π 3) 6π 4) 8π

A10. Площадь кругового сектора радиуса 6 и с центральным углом 120° равна

- 1) 24π 2) 6π 3) 12π 4) 9π

A11. Треугольник со сторонами 8, 13 и 15 является

- 1) остроугольным 2) тупоугольным 3) прямоугольным

A12. Окружность расположена во второй координатной четверти, касается осей координат, а её центр расположен на расстоянии $3\sqrt{2}$ от начала координат. Уравнение этой окружности имеет вид

- 1) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ 2) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$
 3) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 18$ 4) $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 18$

Часть В

B1. Луч, проведённый из точки M вне окружности, пересекает окружность в точках A и B , причём $MA = 4$, $AB = 5$. Найдите длину касательной, проведённой из точки M к данной окружности.

B2. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 16. Найдите площадь круга, диаметром которого является медиана, проведённая к гипотенузе.

B3. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки 4 и 5. Найдите площадь треугольника.

Тестирование

Часть А

A1. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

Вектор $\vec{c} = 0,5\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты

- 1) $\vec{c} = (-2; 3)$ 2) $\vec{c} = (1; -1)$ 3) $\vec{c} = (1; 1)$ 4) $\vec{c} = (-1; 1)$

A2. Найти длину вектора \overrightarrow{CD} , если заданы точки $C(-1; 2)$ и $D(-3; 1)$

- 1) 5 2) 17 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{17}$

A3. Найти вектор \overrightarrow{AB} , если заданы точки $A(-2; 5)$ и $B(3; -3)$

- 1) $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 2\vec{j}$ 2) $\overrightarrow{AB} = -5\vec{i} + 8\vec{j}$

3) $\vec{AB} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$

4) $\vec{AB} = 5\vec{i} - 8\vec{j}$

A4. Точка P лежит на стороне AB треугольника ABC , а точка T – на стороне BC . Найдите угол BPT , если угол A равен 50° , угол C равен 70° , а угол PTC равен 130° .

1) 50°

2) 70°

3) 60°

4) 90°

A5. Окружность расположена во второй координатной четверти, касается осей координат, а её центр расположен на расстоянии $3\sqrt{2}$ от начала координат. Уравнение этой окружности имеет вид

1) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$

2) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

3) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 18$

4) $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 18$

Часть В

B1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $C(-1; 3)$ и точку $D(5; -1)$.

B2. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки 4 и 5. Найдите площадь треугольника.

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06-78/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА
«В мире задач» для 5-7 классов**

Срок реализации программы 3 года

Составители программы: Кузьмина В.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Малакичев А.О., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2021 год

Пояснительная записка

Рабочая программа разработана на основе требований к планируемым результатам освоения основных образовательных программ основного общего образования, реализующего ФГОС.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	5 класс	6 класс	7 класс	Всего
Количество учебных недель	35	35	35	105
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	35	35	35	105

Уровень подготовки учащихся - с дополнительной (углубленной) подготовкой.

Место предмета в учебном плане – отдельный учебный предмет, формируемый участниками образовательных отношений.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, планируемые результаты подготовки учащихся, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

В предлагаемый курс включены различные подходы к решению задач. Рассматриваются арифметический и алгебраический способы решения.

Содержание программы

5 класс

I. Задачи на натуральные числа (6 часов)

Арифметические действия. Приемы устного счета. Решение текстовых задач на натуральные числа.

II. Старинные задачи (5 часов)

Решение старинных задач из «Арифметики Магницкого».

III. Задачи на движение (11 часов)

Виды задач на движение. Встречное движение. Движение в противоположных направлениях. Движение вдогонку. Движение с отставанием. Движение по течению и против течения. Решение задач на движение.

IV. Задачи на работу (6 часов)

Виды задач на работу. Работа с условием. Решение задач на работу с условием. Производительность и работа в задачах на совместную работу. Решение задач на совместную работу. Решение задач на работу.

V. Задачи на проценты (6 часов)

Проценты и их нахождение. Простейшие задачи на проценты. Простые проценты. Сложные проценты.

6 класс

I. Задачи на натуральные числа (7 часов)

Арифметические действия. Приемы устного счета. Признаки делимости натуральных чисел. Делимость суммы и произведения натуральных чисел. Остатки от деления. Простые и взаимно простые числа. Решение текстовых задач с использованием делимости натуральных чисел.

II. Задачи на выбор оптимального варианта (4 часа)

Оптимальный вариант. Выбор оптимального варианта. Решение задач на выбор варианта из двух возможных. Решение задач на выбор варианта из трех возможных. Решение задач на выбор варианта из четырех возможных

III. Задачи на движение (12 часов)

Виды задач на движение. Встречное движение. Движение в противоположных направлениях и вдогонку. Движение с отставанием. Движения с условием. Задачи на выбор оптимального маршрута движения

Решение задач на основные виды движения. Движение по течению и против течения. Решение задач на движение по реке. Составление математических моделей сложных задач на движение.

IV. Задачи на работу (6 часов)

Виды задач на работу. Сравнение с задачами на движение. Решение задач на работу с условием. Производительность и работа в задачах на совместную работу. Составление математических моделей сложных задач на работу.

V. Задачи на проценты (5 часов)

Доли и проценты, и их нахождение. Простейшие задачи на доли и проценты. Простые проценты. Сложные проценты. Решение задач на нахождение долей и процентов/

7 класс

I. Делимость: остатки и сравнения (8 часов)

Делимость чисел. Сравнимые по модулю числа. Задачи на доказательство. Делимость суммы и произведения натуральных чисел. Остатки от деления. Простые и взаимно простые числа. Решение практических задач с использованием делимости натуральных чисел.

II. Задачи с прикладным содержанием (4 часа)

Оптимальный вариант. Выбор оптимального варианта в задачах с прикладным содержанием. Решение задач на выбор варианта из двух возможных. Решение задач на выбор варианта из трех возможных. Решение задач на выбор варианта из четырех возможных

III. Задачи на движение (12 часов)

Виды задач на движение. Составление математических моделей сложных задач на движение. Движения с условием. Задачи на выбор оптимального маршрута движения. Решение задач на основные виды движения.

IV. Задачи на работу (6 часов)

Виды задач на работу. Составление математических моделей сложных задач на работу. Производительность и работа в задачах на совместную работу.

V. Задачи на проценты (5 часов)

Решение задач на проценты. Экономические задачи на проценты. Сложные проценты.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
1. Задачи на натуральные числа		6	
1-3	Арифметические действия. Приемы устного счета	3	
4-6	Решение текстовых задач на натуральные числа	3	
2. Старинные задачи		5	
7	Решение старинных задач	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
9-10	Решение старинных задач	2	
11	Самостоятельная работа		1
3. Задачи на движение		12	
12	Виды задач на движение. Встречное движение	1	
13	Встречное движение	1	
14	Движение в противоположных направлениях	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1

16-17	Движение вдогонку	2	
18-19	Движение с отставанием	2	
20-21	Движение по течению и против течения	2	
22	Решение задач на движение	1	
23	Самостоятельная работа		1
4. Задачи на работу		6	
24	Виды задач на работу. Решение задач на работу с условием	1	
25	Контрольная работа за 3 четверть		1
26	Производительность и работа в задачах на совместную работу	1	
27-28	Решение задач на совместную работу	2	
29	Решение задач на работу	1	
5. Задачи на проценты		5	
30	Проценты и их нахождение	1	
31	Простейшие задачи на проценты	1	
32	Простые проценты. Сложные проценты	1	
33	Решение задач на проценты	1	
34	Итоговая контрольная работа		1
35	Анализ контрольной работы.	1	
Итого часов:		29	6

6 класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
	1. Задачи на натуральные числа	7	
1	Арифметические действия. Приемы устного счета	1	
2	Признаки делимости натуральных чисел	1	
3	Делимость суммы и произведения натуральных чисел.	1	
4	Остатки от деления	1	
5	Простые и взаимно простые числа	1	
6-7	Решение текстовых задач с использованием делимости натуральных чисел	2	
	2. Задачи с прикладным содержанием	4	
8	Оптимальный вариант. Выбор оптимального варианта.	1	
9	Решение задач на выбор варианта из двух возможных	1	
10	Решение задач на выбор варианта из трех возможных	1	
11	Решение задач на выбор варианта из четырех возможных	1	
	3. Задачи на движение	12	

12	Виды задач на движение. Встречное движение.	1	
13	Движение в противоположных направлениях и вдогонку	1	
14	Движение с отставанием	1	
15	Движения с условием	1	
16	Задачи на выбор оптимального маршрута движения	1	
17	Решение задач на основные виды движения	1	
18-19	Движение по течению и против течения	2	
20-21	Решение задач на движение по реке	2	
22-23	Составление математических моделей сложных задач на движение	2	
	4. Задачи на работу	6	
24	Виды задач на работу. Сравнение с задачами на движение	1	
25	Решение задач на работу с условием	1	
26	Производительность и работа в задачах на совместную работу	1	
27-28	Решение задач на совместную работу	2	
29	Составление математических моделей сложных задач на работу	1	
	5. Задачи на проценты	6	
30	Доли и проценты, и их нахождение	1	
31	Простейшие задачи на доли и проценты	1	
32	Простые проценты	1	
33, 34	Сложные проценты	2	
35	Итоговое занятие		1

7 класс

<i>Номер урока</i>	<i>Наименование разделов и тем уроков</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Контроль</i>
	1. Делимость: остатки и сравнения	8	
1	Делимость чисел	1	
2	Сравнимость чисел по модулю	1	
3	Делимость суммы и произведения натуральных чисел.	1	
4	Остатки от деления	1	
5	Простые и взаимно простые числа	1	
6-7	Решение текстовых задач с использованием делимости натуральных чисел	2	
8	Контрольная работа		1

	2. Задачи с прикладным содержанием	4	
9-11	Оптимальный вариант. Выбор оптимального варианта.	3	
12	Решение задач на выбор варианта из четырех возможных	1	
	3. Задачи на движение	12	
13, 14	Виды задач на движение. Составление математических моделей сложных задач на движение	3	
15	Контрольная работа		1
16	Движения с условием	1	
17	Задачи на выбор оптимального маршрута движения	1	
18	Решение задач на основные виды движения	1	
19, 20	Составление математических моделей сложных задач на движение	2	
21, 22	Решение задач на движение по реке	2	
23, 24	Составление математических моделей сложных задач на движение	2	
	4. Задачи на работу	6	
25	Виды задач на работу. Составление математических моделей сложных задач на работу	1	
26	Производительность и работа в задачах на совместную работу	1	
27-30	Составление математических моделей сложных задач на работу	4	
	5. Задачи на проценты	5	
31	Решение задач на проценты	1	
32	Экономические задачи на проценты	1	
33	Сложные проценты	1	
34	Контрольная работа		1
35	Итоговое занятие	1	

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

5 класс

Личностные результаты:

16) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;

17) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;

18) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

19) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

20) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;

21) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

22) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

23) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;

Метапредметные результаты:

1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;

4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

10) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

11) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;

12) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

13) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

14) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

15) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

16) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

17) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- различным приемам устного счета;
- записывать условие задачи в виде таблицы или с помощью схемы, составить алгоритм решения задачи;
- записывать краткую запись задачи;
- выделять основной вопрос задачи;
- выделять и разделять этапы решения задачи;
- решать старинные задачи и использовать освоенные приемы для решения различных задач;
- различать виды движения в задаче;
- составлять математическую модель задачи на движение;
- различать виды задач на работу;
- решать задачи на работу с условием;
- решать задачи на совместную работу;
- решать простейшие задачи на движение;
- различать простые и сложные проценты;

- записывать проценты десятичной дробью;
- находить проценты от числа, число по известным процентам;
- пользоваться изученными математическими формулами (формулы пути, скорости, работы, производительности, времени, процентов);

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- использовать полученные знания в реальной жизненной ситуации;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности;

6 класс

Личностные результаты:

- 1) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- 2) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- 3) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 4) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

5) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;

6) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

7) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

8) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;

Метапредметные результаты:

1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;

4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

9) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

10) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

11) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;

12) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

13) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

14) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

15) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

16) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

17) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- определять основной вопрос задачи, составлять алгоритм решения;
- приемам быстрого устного счета;
- выделять простые и взаимно простые числа;
- различным способам разложения числа на простые множители;
- решать различные текстовые задачи с использованием делимости натуральных чисел;
- решать задачи на выбор оптимального варианта из множества предложенных в задаче;
- различить вид движения в задаче;
- составлять математическую модель сложных задач на движение;
- выбирать оптимальный маршрут движения, в зависимости от условия задачи;
- применять формулы пути, скорости, времени, скорости по течению и против течения;
- составлять математическую модель сложных задач на работу;
- находить производительность и работу в задачах на совместную работу;
- решать задачи повышенной сложности на нахождение долей и процентов.

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- использовать полученные знания в реальной жизненной ситуации;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности.

7 класс

Личностные результаты:

- 1) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- 2) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- 3) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 4) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- 5) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;
- 6) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

7) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

8) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;

Метапредметные результаты:

1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;

4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

9) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

10) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

11) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;

12) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

13) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

14) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

15) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

16) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

17) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- определять основной вопрос задачи, составлять алгоритм решения;
- приемам быстрого устного счета;
- выделять простые и взаимно простые числа;
- различным способом разложения числа на простые множители;
- решать различные текстовые задачи с использованием делимости натуральных чисел;
- решать задачи на выбор оптимального варианта из множества предложенных в задаче;
- различить вид движения в задаче;
- составлять математическую модель сложных задач на движение;
- выбирать оптимальный маршрут движения, в зависимости от условия задачи;
- применять формулы пути, скорости, времени, скорости по течению и против течения;
- составлять математическую модель сложных задач на работу;
- находить производительность и работу в задачах на совместную работу;
- решать задачи повышенной сложности на нахождение долей и процентов.

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- использовать полученные знания в реальной жизненной ситуации;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

5 класс

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «СТАРИННЫЕ ЗАДАЧИ»

Старинные задачи

1. Бочонок кваса. Один человек выпивает бочонок кваса за 14 дней, а вместе с женой выпивает такой же бочонок кваса за 10 дней. Нужно узнать, за сколько дней жена одна выпивает такой же бочонок кваса.

2. В жаркий день. В жаркий день 6 козцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько козцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.

3. На охоте. Пошел охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидела зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки, а расстояние, которое пробегает собака за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой.)

4. Собака и заяц. Собака усмотрела зайца в 150 сажнях от себя. Заяц пробегает за 2 минуты 500 сажень, а собака — за 5 минут 1300 сажень. За какое время собака догонит зайца?

5. Как разделить орехи? Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?

6. На мельнице. На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 Четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трех жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?

7. Двенадцать человек. Двенадцать человек несут 12 хлебов: каждый мужчина несет по 2 хлеба, женщина — по половине хлеба, а ребенок по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?

8.Скворцы. Летели скворцы и встретились им деревья. Когда сели они по одному на дерево, то одному из них не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось не занятым. Сколько было скворцов и деревьев?

9. Сливы. Двое ели сливы. Один сказал другому: "Дай мне свои 2 сливы, тогда у нас будет слив поровну", - на что другой ответил: "Нет лучше ты дай мне свои две сливы, - тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя". Сколько слив было у каждого?

10. Мальчики и яблоки. Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик даёт двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по восемь яблок. Сколько яблок было вначале у каждого мальчика?

6 класс

1. Катер шёл 3ч. против течения реки и 2 ч. по течению. Какой путь прошёл катер за эти 5 ч., если собственная скорость катера 18,6 км/ч, а скорость течения реки 1,3 км/ч?

2. На столе лежат две кучки шаров, по 30 шаров в каждой кучке. Два игрока по очереди берут со стола любое число шаров, но при одном ходе из какой-либо одной кучки. Выигравшим считается тот, кто берет со стола последние шары. Кто и как выиграет при правильной игре?

3. Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:5. Общая прибыль предприятия, после уплаты налогов, за год составила 32 млн. р. Какая, сумма из этой прибыли, должна пойти на выплату частным акционерам?

4. На молочном заводе пакеты молока упаковываются по 12 штук в коробку, причём в каждой коробке все пакеты одинаковые. В партии молока, отправляемой в магазин «Уголок», коробок с полторалитровыми пакетами молока втрое меньше, чем коробок с литровыми пакетами. Сколько литров молока в этой партии, если коробок с литровыми пакетами молока 45?

5. В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. чел., а в конце года их стало 210 тыс. чел. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

6. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 5% на звонки в другие регионы, либо 15% на услуги мобильного интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 300 рублей на звонки абонентам других компаний в своем регионе, 200 рублей на звонки в

другие регионы и 400 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Материалы из раздела **Задачи на движение**

Задача 1. Шина велосипеда лопнула в тот момент, когда велосипедист проехал две трети пути. На остальной путь пешком он затратил в два раза больше времени, чем на езду на велосипеде. Во сколько раз быстрее велосипедист ехал, чем шёл?

Ответ: в четыре раза.

Решение. На ходьбу велосипедист затратил в два раза больше времени, чем на езду на велосипеде, но при этом прошёл в два раза меньшее расстояние.

Задача 2. Юра и Лена. Из дома Юра вышел на 5 минут позже Лены, но шёл в два раза быстрее, чем она. Через какое время Юра догонит Лену?

Ответ: через 5 минут.

Решение. Юра проходит за 5 минут такое же расстояние, как Лена за 10 минут.

Задача 3. Стометровка. Три бегуна, Андрей, Борис и Саша, соревновались в беге на 100 метров. Когда Андрей добежал до финиша, Борис отставал от него на 10 метров. Когда Борис добежал до финиша, Саша отставал от него на 10 метров. На сколько метров отставал Саша от Андрея в тот момент, когда Андрей финишировал?

Ответ: на 19 метров.

Решение. Когда Андрей пробежал 100 метров, Борис отставал от него на 10 метров, то есть пробежал 90 метров. Следовательно, его скорость составляет 0,9 скорости Андрея. Аналогично, скорость Саши составляет 0,9 скорости Бориса, то есть она составляет 0,81 скорости Андрея. Следовательно, когда Андрей финишировал, Саша пробежал 81 метр.

Задача 4. Средняя скорость — что это? Человек шёл некоторое время со скоростью 4 км/ч, а потом в два раза больше времени со скоростью 7 км/ч. Какова средняя скорость его движения?

Ответ: 6 км/ч.

Задача 5. Если велосипедист будет ехать со скоростью 10 км/ч, то он опоздает на один час. Если же он будет ехать со скоростью 15 км/ч, то он приедет на один час раньше. С какой скоростью он должен ехать, чтобы приехать вовремя?

Ответ: 12 км/ч.

Решение. Предположим, что велосипедистов двое и их скорости равны 10 км/ч и 15 км/ч. Если бы первый выехал на два часа раньше второго, то они бы приехали одновременно. При этом второй велосипедист как бы «давал фору» 20 км первому. Эту фору второй велосипедист может наверстать ровно за 4 часа. Следовательно, для того чтобы второй велосипедист оказался в конечном пункте одновременно с первым, он должен проехать 60 км. Осталось определить скорость велосипедиста, проезжающего 60 км за 5 часов.

Задача 6. Два поезда движутся друг навстречу другу по параллельным путям с одинаковыми скоростями 60 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шёл мимо него в течение шести секунд. Какова длина первого поезда?

Ответ: 200 метров.

Решение. Представим себе, что второй поезд стоит, а первый движется с удвоенной скоростью, то есть можно считать, что по отношению к пассажиру второго поезда скорость первого поезда равна 120 км/ч, что составляет — $100/3$ м/с. Следовательно, длина первого поезда равна — $100/3 \cdot 6 = 200$ м.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 7. Машина идёт со скоростью 60 км/ч. Как надо увеличить её скорость, чтобы выигрывать на каждом километре по одной минуте?

Задача 8. Львёнок решил покататься на Черепахе, но сначала ему нужно её догнать. Какое расстояние придётся пробежать львёнку, прежде чем он сможет покататься, если его скорость в 10 раз больше скорости черепахи, а черепаха находится в 180 метрах от львёнка?

Задача 9. Пост ДПС. По шоссе со скоростью 60 км/ч едет колонна автомашин длиной 300 метров. Проезжая мимо ДПС, машины сбрасывают скорость до 40 км/ч и далее следуют с этой скоростью. Какова будет длина колонны, когда все машины проедут пост ДПС?

Задача 10. Вася и Петя, поссорившись, разбежались с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Через пять минут Вася спохватился, повернул назад и, увеличив скорость, побежал догонять Петю. Во сколько раз увеличил скорость Вася, если он догнал Петю через пять минут после того, как повернул назад?

Задача 11. Спешащий турист. Пройдя половину маршрута, турист увеличил скорость на 25% и поэтому прибыл в пункт назначения на полчаса раньше срока. Сколько времени потребовалось туристу на прохождение маршрута?

Задача 12. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Одновременно из пункта В в пункт А навстречу велосипедисту вышел пешеход. После их встречи велосипедист повернул обратно, а пешеход продолжил свой путь. Известно, что велосипедист вернулся в пункт А на 30 минут раньше пешехода, при этом его скорость была в пять раз больше скорости пешехода. Сколько времени затратил пешеход на путь из А в В?

Арифметические действия. Приемы устного счета.

Вычитание вместо умножения

Так как $9a = 10a - a$, то для умножения числа a на 9 достаточно от увеличенного в 10 раз числа a отнять само число a . Например, при $a = 584$ имеем $584 \cdot 9 = 5840 - 584 = 5256$.

Аналогично вместо умножения числа a на 99 или 999 можно умножить его на 100 или 1000 соответственно, а потом отнять само число a , т. е.

$99a = 100a - a$, $999a = 1000a - a$ и т. д.

$$584 \cdot 99 = 58400 - 584 = 57816$$

Например,

$$584 \cdot 999 = 584000 - 584 = 583416$$

В общем случае умножения на числа, близкие к степени десятки, поступаем аналогично.

$$584 \cdot 997 = 584 \cdot (1000 - 3) = 584000 - 1752 = 582248$$

Например,

$$245 \cdot 98 = 245 \cdot (100 - 2) = 24500 - 490 = 24010$$

$$63 \cdot 89 = 63 \cdot (100 - 11) = 6300 - 63 \cdot 11 = 6300 - 693 = 5607$$

Умножение и деление на 5

Вместо умножения числа a на 5 можно разделить его на 2 и умножить на 10, поскольку $5a = a \cdot \frac{10}{2} = \frac{10a}{2} = \frac{a}{2} \cdot 10$.

Например,

$$1275 \cdot 5 = 637,5 \cdot 10 = 6375,$$

$$49 \cdot 5 = 24,5 \cdot 10 = 245$$

$$426 \cdot 5 = 213 \cdot 10 = 2130$$

Аналогично вместо деления числа a на 5 можно, наоборот, умножить

его на 2 и разделить на 10, поскольку $\frac{a}{5} = \frac{2a}{10}$.

$$49:5 = 98:10 = 9,8$$

Например, $426:5 = 852:10 = 85,2$

$$1275:5 = 2550:10 = 255$$

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06-87/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА
«Развитие комбинаторно-логического мышления»
для 5-6 классов**

Срок реализации программы 2 года

Составители программы: Кузьмин О.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Кузьмина В.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2021 г.

Пояснительная записка

Рабочая программа разработана на основе требований к планируемым результатам освоения основных образовательных программ основного общего образования, реализующего ФГОС с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	5 класс	6 класс	Всего
Количество учебных недель	35	35	70
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	35	35	70

Уровень подготовки учащихся - с дополнительной (углубленной) подготовкой.

Место предмета в учебном плане – отдельный учебный предмет, формируемый участниками образовательных отношений.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, планируемые результаты подготовки учащихся, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

Содержание программы

5 класс

1. Занимательные и провоцирующие задачи (3 часа)

Знакомство со спецификой комбинаторных и логических задач. Упорядочение. Нахождение закономерностей.

2. Основные комбинаторные правила (5 часа)

Понятие о перечислительных комбинаторных задачах. Правила суммы и произведения, как основные принципы решения перечислительных комбинаторных задач.

3. Перечисление комбинаторных конфигураций (8 часов)

Понятие о комбинаторных конфигурациях. Знакомство с простейшими типами перечислительных комбинаторных задач (подсчет числа перестановок, размещений, сочетаний по два, числа подмножеств данного множества).

4. Логические методы в комбинаторике (5 часов)

Классические задачи на метод включения и исключения. Знакомство с простейшими (прямыми и обратными) комбинаторно-логическими задачами и методами их решения. Понятие графа. Метод точечных графов. Круги Эйлера.

5. Элементы логики (12 часов)

Выражения, предикаты, высказывания и их преобразования. Алгебра высказываний, истинность, ложь. Понятия: следует; не следует; если; то; и; или. Решение задач о переправах и разъездах, на переливание, взвешивание и отыскание фальшивой монеты. Табличный метод решения логических задач. Решение задач с помощью графов. Решение задач с помощью кругов Эйлера. Знакомство с софизмами.

Итоговый контроль. Защита творческой зачетной работы (2 час)

6 класс

1. Перечисление комбинаторных конфигураций (4 часа)

Сходства и различия между комбинаторными задачами. Роль повторяемости и различимости элементов в конфигурациях. Важнейшие комбинаторные числа.

2. Комбинаторные методы в логике (6 часов)

Логические задачи на метод включений и исключений. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера.

Взаимно однозначное соответствие. Табличный метод решения логических задач. Решение логических задач методом графов.

3. Метод перебора (3 часа)

Понятие об организованном переборе. Решение простейших задач на перебор возможных вариантов.

4. Задачи на упорядочение (7 часов)

Понятие порядка и строгого порядка. Задачи на линейное упорядочение множества.

Циклический порядок. Задачи на расположение элементов по окружности.

Упорядоченные пары и тройки. Решение задач на упорядочение простейших комбинаторных конфигураций.

5. Элементы логики (4 часа)

Высказывания и логические выводы. Истинные и ложные утверждения. Задачи о правдолюбцах и лжецах.

6. Игровые задачи (9 часов)

Турнирные задачи. Соревнования двух участников.

Математические игры для двух лиц. Выигрышная позиция. Симметрия. Разбиение на пары и стратегия дополнения. Передача хода. Анализ с конца.

Итоговый контроль. Защита творческой зачетной работы (2 час)

7 класс

Раздел 1. Задачи, решаемые с помощью схем и таблиц (8 часов)

Решение логических задач с помощью кругов Эйлера.

Выделение элемента множества с помощью системы вопросов. Блок-схемы и взвешивания. Емкости и переливания.

Задачи, решаемые с помощью схем. Задачи, решаемые по трафаретам.

Табличный метод решения логических задач.

Раздел 2. Задачи с отношениями (7 часов)

Задачи с транзитивными отношениями. Задачи с некорректными условиями. Задачи с отношением равенства.

Задачи с нетранзитивными отношениями. Задачи с несколькими отношениями. Задачи на сравнение элементов в отношениях.

Раздел 3. Задачи на маневрирование (2 часа)

Переправы. Задачи о разъездах.

Раздел 4. Задачи, решаемые с помощью графов (3 часа)

Метод построения дерева решения комбинаторных задач.

Решение логических задач на соответствия методом графов.

Графы и задачи на переливания.

Раздел 5. Перебор в логических задачах (7 часов)

Разберем все варианты. Логика перебора. Организованный перебор. Как сделать перебор короче? Решение задач на перебор возможных вариантов.

Подбор правильного ответа и доказательство отсутствия других ответов.

Раздел 6. Занимательная криптография (6 часов)

Сбежали цифры. Математические ребусы. Магические квадраты. Лингвистические задачи. Кодирование и декодирование.

Итоговое занятие (2 час)

Демонстрация презентаций, защита проектов, выполненных учащимися.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	1. Занимательные и провоцирующие задачи	3	
1	Веселая разминка	1	
2	Упорядочение	1	
3	Нахождение закономерностей	1	
	2. Основные комбинаторные правила	5	
4	Перечислительные комбинаторные задачи	1	
5	Правила суммы и произведения	1	
6	Решения задач на правило суммы	1	
7	Решения задач на правило произведения	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
	3. Перечисление комбинаторных конфигураций	8	
9	Комбинаторные конфигурации	1	
10	Множество и выборка	1	
11	Факториал. Подсчет числа перестановок	1	
12	Подсчет числа размещений	1	
13	Подсчет числа сочетаний по два	1	
14	Подсчет числа подмножеств данного множества	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1
16	Решение задач на перечисление комбинаторных конфигураций	1	
	4. Логические методы в комбинаторике	5	
17	Классические задачи на метод включения и исключения	1	
18	Методы решения простейших комбинаторно-логических задач	1	
19	Понятие графа. Метод точечных графов	1	
20	Круги Эйлера	1	
21	Контрольный урок		1
	5. Элементы логики	12	
22	Выражения и предикаты	1	
23	Высказывания и их преобразования	1	
24	Азбука рассуждений, истина, ложь. Понятия: следует; не следует; если; то; и; или	1	

25	Контрольная работа за 3 четверть		1
26	Задачи о переправах и разъездах	1	
27	Решение задач на взвешивание	1	
28	Решение задач на переливание	1	
29	Табличный метод решения логических задач	1	
30	Решение задач с помощью графов	1	
31	Решение задач с помощью кругов Эйлера	1	
32	Знакомство с софизмами	1	
33	Итоговая контрольная работа		1
34, 35	Защита творческой зачетной работы		2
	Итого часов:	28	7

6 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	1. Перечисление комбинаторных конфигураций	4	
1	Сходства и различия между комбинаторными задачами.	1	
2	Упорядочение	1	
3	Нахождение закономерностей	1	
4	Контрольный урок		1
	2. Комбинаторные методы в логике	6	
5	Логические задачи на метод включений и исключений	1	
6	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера	1	
7	Взаимно однозначное соответствие	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
9	Табличный метод решения логических задач. Решение логических задач методом графов	1	
10	Контрольный урок		1
	3. Метод перебора	3	
11	Понятие об организованном переборе	1	
12	Решение простейших задач на перебор с помощью чётности	1	
13	Контрольный урок		1
	4. Задачи на упорядочение	7	
14	Понятие порядка и строгого порядка. Задачи на линейное упорядочение множества	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1
16	Циклический порядок	1	
17	Задачи на расположение элементов по окружности	1	
18	Упорядоченные пары и тройки	1	
19	Решение задач на упорядочение простейших комбинаторных конфигураций	1	
20	Контрольный урок		1
	5. Элементы логики	4	
21	Высказывания и логические выводы	1	

22	Истинные и ложные утверждения	1	
23	Задачи о правдолюбцах и лжецах	1	
24	Контрольная работа за 3 четверть		1
	6. Игровые задачи	9	
25	Турнирные задачи	1	
26	Соревнования двух участников	1	
27	Математические игры для двух лиц	1	
28	Выигрышная позиция	1	
29	Симметрия	1	
30	Разбиение на пары и стратегия дополнения	1	
31	Передача хода	1	
32	Анализ с конца	1	
33	Итоговая контрольная работа		1
34	Защита творческой зачетной работы		2
	Итого часов:	25	10

7 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Задачи, решаемые с помощью схем и таблиц	8	
1	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера	1	
2	Выделение элемента множества с помощью системы вопросов	1	
3	Блок-схемы и взвешивания	1	
4	Емкости и переливания	1	
5	Задачи, решаемые с помощью схем	1	
6	Задачи, решаемые по трафаретам	1	
7	Табличный метод решения логических задач	1	
8	Контрольный урок		1
	Раздел 2. Задачи с отношениями	7	
9	Задачи с транзитивными отношениями	1	
10	Задачи с некорректными условиями	1	
11	Задачи с отношением равенства	1	
12	Задачи с нетранзитивными отношениями	1	
13	Задачи с несколькими отношениями	1	
14	Задачи на сравнение элементов в отношениях	1	
15	Контрольный урок		1
	Раздел 3. Задачи на маневрирование	2	
16	Переправы		
17	Задачи о разъездах		
	Раздел 4. Задачи, решаемые с помощью графов	3	
18	Метод построения дерева решения комбинаторных задач	1	
19	Решение логических задач на соответствия методом графов	1	
20	Графы и задачи на переливания	1	
	Раздел 5. Перебор в логических задачах	7	

21	Разберем все варианты	1	
22	Логика перебора	1	
23	Организованный перебор	1	
24	Как сделать перебор короче?	1	
25	Решение задач на перебор вариантов	1	
26	Подбор правильного ответа и доказательство отсутствия других ответов	1	
27	Контрольный урок		1
	Раздел 6. Занимательная криптография	7	
28	Сбежали цифры	1	
29/2	Математические ребусы	1	
30/3	Магические квадраты	1	
31/4	Лингвистические задачи	1	
32/5	Кодирование и декодирование	1	
33/6	Контрольный урок		1
34/7	Защита творческой работы		1
35/8	Итоговое занятие		

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

5 класс

Личностные результаты:

24) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;

25) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

26) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;

27) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

28) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

29) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;

4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

9) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

18) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

19) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;

20) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

21) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

22) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

23) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

24) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;

- записывать условие задачи в виде таблицы или с помощью схемы, составить алгоритм решения задачи;

- решать простейшие логические задачи различными методами (методом кругов Эйлера, включения и исключения, табличным методом, с помощью графов);

- понятийному аппарату азбуки рассуждений;

- выдвигать, опровергать или доказывать простейшие гипотезы;

- различным способам проведения правильных логических рассуждений;

- понимать различие между примером и доказательством;

- отличать главное от второстепенного, доказанное от недоказанного,

- понятийному аппарату перечислительной комбинаторики (конфигурации, выборки, перестановки, размещения и т.д.);

- использовать основные комбинаторные правила (правила суммы и произведения) при решении простейших комбинаторных задач;

- пользоваться простейшими формулами подсчета числа комбинаторных конфигураций (формулы включения-исключения, подсчета числа перестановок, числа размещений, числа сочетаний по 2, числа подмножеств данного множества).

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности;
- использовать основные логические приемы при проведении рассуждений в различных предметных областях.

6 класс

Личностные результаты:

- 1) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- 2) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 3) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;
- 4) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 5) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

- 1) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;
- 2) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- 3) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- 4) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;
- 5) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);
- 8) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;
- 9) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- 10) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;
- 11) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- 12) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

13) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- пользоваться простейшими формулами подсчета числа комбинаторных конфигураций;
- находить закономерности;
- решать простейшие задачи на перебор;
- решать задачи на расположение элементов по окружности;
- решать задачи на упорядочение простейших комбинаторных конфигураций;
- пользоваться простейшими формулами подсчета числа комбинаторных конфигураций;
- находить сходства и различия между комбинаторными задачами;
- решать простейшие комбинаторно-логические задачи различными способами;
- применять основные логические приемы при проведении рассуждений;
- анализировать условия, находить стратегии для простейших математических игр
- применять выигрышную позицию в игровых задачах;
- применять стратегию дополнения;

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности;
- использовать основные логические приемы при проведении рассуждений в различных предметных областях.

7 класс

Личностные результаты:

6) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;

7) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

8) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;

9) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

10) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

6) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

- 7) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- 8) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- 9) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;
- 10) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);
- 14) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;
- 15) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- 16) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;
- 17) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- 18) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- 19) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- специфике комбинаторных и логических задач;
- методам решения простейших комбинаторных задач;
- способам проведения правильных логических рассуждений;
- проводить доказательства;
- полному и организованному перебору при решении задач.
- различать и находить сходство между различными перечислительными комбинаторными задачами;
- пользоваться простейшими блок-схемами;
- решать простейшие задачи на маневрирование;
- решать простейшие задачи с отношениями;
- решать простейшие логические задачи по трафаретам.

Учащийся сможет научиться:

- табличному методу решения логических задач;
- методу построения дерева решения комбинаторных задач;
- способу выделения элемента с помощью системы вопросов;
- методу кругов Эйлера.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Примерные задания зачетной работы для 5-го класса

1. Есть два кувшина емкостью 3 и 5 литров. Как с помощью только этих

кувшинов набрать из реки ровно 1 литр воды?

2. Сколькими способами можно рассадить в ряд на стулья трех учеников? Выписать все возможные случаи.

3. Коля произнес истинное утверждение. Миша повторил его дословно, и оно стало ложным. Что сказал Коля? Укажите хотя бы одно такое утверждение.

4. Среди 4 монет одна фальшивая (тяжелее настоящей). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь фальшивую монету можно наверняка отделить от настоящих?

Примерные задания зачетной работы для 6-го класса

1. В коробке лежит 5 карандашей: 2 синих и 3 красных. Сколько карандашей надо взять из коробки, не заглядывая в нее, чтобы среди них был хотя бы 1 красный карандаш?

2. Три брата имеют специальности: архитектор, бетонщик, водитель. Из трех утверждений: «Алексей – архитектор», «Борис – не архитектор», «Владимир – не водитель» только одно верное. Является ли Владимир архитектором?

3. В соревнованиях по бегу Юра, Гриша и Толя заняли три первых места. Какое место занял каждый ребенок, если Гриша занял не второе и не третье место, а Толя – не третье?

4. На столе лежат две кучки шаров, по 30 шаров в каждой кучке. Два игрока по очереди берут со стола любое число шаров, но при одном ходе из какой-либо одной кучки. Выигравшим считается тот, кто берет со стола последние шары. Кто и как выигрывает при правильной игре?

7 класс

Примерные задания контрольной работы № 1

1. В мастерской изготовили 8 совершенно одинаковых медалей, из которых одна оказалась легче других. Как отделить эту легкую медаль от остальных при помощи весов без гирь и только за два взвешивания?

2. В соревнованиях по гимнастике Аня, Вера, Галя и Наташа заняли первые четыре места. Определите, кто какое место занял, если известно, что Галя вторая, Наташа хотя и не стала победителем, но в призеры попала, а Вера проиграла Ане.

3. К реке подъехали 4 рыцаря с оруженосцами и обнаружили одну трехместную лодку. Как им переправиться на другой берег, если все оруженосцы наотрез отказались оставаться в обществе незнакомых рыцарей?

4. Возле школы растут шесть деревьев: сосна, береза, липа, тополь, ель и клен. Какое из этих деревьев самое высокое и какое – самое низкое, если известно, что береза ниже тополя, а липа выше клена, сосна ниже ели, липа ниже березы, сосна выше тополя?

5. В бригаде полеводов 25 человек. Среди них 20 человек моложе 30 лет и 15 человек старше 20 лет. Может ли так быть?

Примерные задания контрольной работы № 3

1. Есть два кувшина емкостью 3 и 5 литров. Как с помощью только этих кувшинов набрать из реки ровно 1 литр воды?
2. Сколькими способами можно рассадить в ряд на стулья трех учеников? Выписать все возможные случаи.
3. Коля произнес истинное утверждение. Миша повторил его дословно, и оно стало ложным. Что сказал Коля? Укажите хотя бы одно такое утверждение.
4. Среди 4 монет одна фальшивая (тяжелее настоящей). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь фальшивую монету можно наверняка отделить от настоящих?

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Перечислительные комбинаторные задачи

Комбинаторика как наука сложилась в XVII-XVIII вв. долгое время считалось, что она находится в стороне от главного русла развития математики и применяется в основном при расшифровке древних письменностей и кодировании. Позднее положение существенно изменилось, особенно в последние десятилетия в связи с появлением быстродействующих компьютеров. Комбинаторика превратилась в важный раздел математики, который используется в биологии, химии, физике, экономике, вычислительной математике и др. в связи с этим в ней возникли и многие другие методы.

Что изучает комбинаторика? Комбинации и перестановки предметов, расположения элементов, обладающие заданными свойствами, подмножества конечных множеств и способы их упорядочивания и т. д. отсюда видно, что она тесно связана с теорией множеств.

Обычный вопрос в перечислительных комбинаторных задачах: сколькими способами можно сделать то-то?

Пример 1. *Сколько можно составить пятизначных натуральных чисел с помощью цифр 1 и 0, если в запись каждого числа цифра 1 входит ровно три раза?*

Решение. Будем искать указанные числа перебором, причем так, чтобы не потерять ни одного числа. Проще начать с нахождения мест для двух нулей, так как если места для нулей определены, то три оставшихся места заполняются единицами однозначно.

Зафиксируем один из нулей на втором месте; тогда другой нуль можно записать на третьем, четвертом или пятом местах. Если теперь один нуль фиксировать на третьем месте, то второй нуль можно записать на четвертом или пятом местах (вариант, когда нули стоят на третьем и втором местах, уже встречался). Наконец, если один из нулей зафиксировать на четвертом месте, то для другого нуля остается только пятое место. Получаем 6 чисел таких: 10011, 10101, 10110, 11001, 11010, 11100. *Ответ:* 6.

Пример 2. *Сколько существует двузначных натуральных чисел, у которых первая цифра больше второй?*

Решение. Если первая цифра двузначного числа равна 1, то такое число только одно – 10. Если первая цифра числа равна 2, то таких чисел два – 20 и 21. Если первая цифра равна 3, то таких чисел уже три – 30, 31 и 32. И т. д. Наконец, если первая цифра равна 9, то таких двузначных чисел девять – от 90 до 98. Следовательно, всего чисел $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$. *Ответ:* 45.

Домашнее задание.

1. Имеется 8 шаров: 4 синих, 3 красных, 1 белый и два ящика, один из которых вмещает не более 3 шаров, другой – не более 5. Сколькими способами можно разместить все эти 8 шаров в двух ящиках?

2. Сколько существует двузначных натуральных чисел, у которых первая цифра меньше второй?

3. Сколько существует девятизначных натуральных чисел, у каждого из которых цифры расположены в порядке убывания?

4. Сколько различных произведений, кратных 10, можно составить из множителей 2, 3, 5, 7, 11, если каждый множитель можно использовать в каждом из произведений не более одного раза?

5. Сколько существует натуральных чисел, меньших 100, которые:

- а) делятся на 2 и на 3;
- б) делятся на 2, но не делятся на 3;
- в) делятся на 3, но не делятся на 2;
- г) делятся на 2 или на 3;
- д) не делятся ни на 2, ни на 3?

Методическое замечание. Рекомендуется решение одного из пунктов последнего задания показать учителю, одно – решить всем вместе на доске, остальные – самостоятельно.

Метод перебора

Метод перебора применяется в задачах, при решении которых приходится перебирать различные варианты. Перебор должен быть грамотным, т. е. таким, чтобы при его использовании были рассмотрены все случаи, которые могут представиться, а кроме того, отброшены заведомо негодные варианты, что значительно сокращает объем работы. Применяется он в основном тогда, когда значениями искомой величины могут быть только целые числа, а множество всех таких значений конечно.

Методом перебора широко пользуются ученые при решении многих важных задач. Правда, при этом большей частью возникает огромное количество возможностей, что заставляет поручить перебор электронной вычислительной машине. Например, с помощью перебора, выполненного ЭВМ, сравнительно недавно была решена знаменитая задача о красках, которая долго не поддавалась решению: "Любую ли географическую карту можно раскрасить четырьмя красками так, чтобы страны, окрашенные в одинаковый цвет, не имели общей границы?" Ответ оказался утвердительным. Для сокращения перебора созданы специальные методы, которые составляют новую область математики – целочисленное программирование.

Здесь мы рассмотрим сравнительно несложные задачи на метод перебора, причем такие, решение которых без этого метода было бы труднее или даже невозможно. При решении подобных задач обычно применяют и другие соображения, например свойства делимости целых чисел, а метод перебора выступает в качестве составной части решения.

Возможна еще одна ситуация, в которой перебор оказывается весьма полезным. Представим себе, например, что нужно найти множество всех натуральных чисел, обладающих некоторым свойством, а прямолинейный перебор всех вариантов невозможен из-за того что это множество бесконечно или конечно, но содержит очень большое число элементов. Тогда перебирают немногие его элементы с тем, чтобы догадаться о наличии общей закономерности. Потом разумеется, эту догадку следует строго доказать или, напротив, опровергнуть. Во втором случае нужно тем же способом строить новую гипотезу.

Присмотримся к третьему столбцу: когда сумма $O + O$ может оканчиваться той же самой цифрой O ? Такое возможно лишь тогда, когда O равно нулю или девяти. Но цифра O равной нулю быть не может, поскольку из четвертого столбца в третий переносится единица; значит, O равно девяти.

Вернемся к цифре C . Учитывая предыдущее, видим, что C не меньше пяти и не больше восьми. Осталось перебрать все эти возможные значения C (проделайте это самостоятельно). *Ответ:* $35\ 977 + 35\ 977 = 71\ 954$.

Методическое замечание. Рекомендуется решение при одном значении C показать учителю, остальные – самостоятельно.

Домашнее задание.

1. Восстановите запись: $*8 \times * = 8**$. Укажите все решения.

2. Восстановите запись:

$$\text{ТЭТА} + \text{БЭТА} = \text{СУММА},$$

где одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры. Найдите все решения.

3. В квартире 13 человек, кошек и мух. У них вместе 42 ноги, причем у каждой мухи 6 ног. Сколько было в отдельности людей, кошек и мух? Укажите все ответы.

Задачи на взвешивание на чашечных весах

Пример 1. Среди 18 монет одна фальшивая. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивая монета отличается по массе от настоящих монет. За какое наименьшее число взвешиваний на правильных чашечных весах без гирь можно определить, легче или тяжелее фальшивая монета, чем настоящая? (Находить фальшивую монету не нужно.)

Решение. Занумеруем монеты. Разобьем множество монет на три кучки, по 6 монет в каждой.

При первом взвешивании положим на одну чашку весов все монеты первой кучки, на другую – второй. Возможны два случая.

1) Пусть при этом взвешивании весы оказались в равновесии. Тогда фальшивая монета находится в третьей кучке.

Теперь положим на одну чашку весов первую кучку монет, на другую – третью. Если, например, третья кучка перетянет, то фальшивая монета тяжелее настоящей.

2) Пусть при первом взвешивании весы были в неравновесии. Тогда фальшивая монета находится или в первой, или во второй кучке. Следовательно, все монеты третьей кучки – настоящие.

Положим на одну чашку весов первую кучку монет, на другую – третью. Если весы оказались в неравновесии, то фальшивая монета находится в первой кучке, и последнее взвешивание покажет, легче она или тяжелее, чем настоящая. Если же весы оказались в равновесии, то фальшивая монета – во второй кучке, и по первому взвешиванию также можно определить, легче она или тяжелее настоящей. *Ответ:* за два.

Пример 2. Как взвесить груз на чашечных весах с гирями, если гири правильные, а весы неправильные?

Решение. Уравновесим груз гирями. Затем груз уберем, оставив гири на другой чашке весов, и заменим его таким новым набором гирь, чтобы весы снова оказались в равновесии. Груз весит столько, сколько весит этот набор.

Домашнее задание.

1. Среди а) 25; б) 14 деталей одна бракованная, остальные – стандартные. Все стандартные детали весят одинаково, а бракованная деталь отличается по массе от стандартных деталей. За

какое наименьшее число взвешиваний на правильных чашечных весах без гирь можно установить, легче или тяжелее бракованная деталь, чем стандартная?

2. Как на неправильных чашечных весах с правильными гирями отвесить 1 кг крупы?

Задачи на расположение элементов по окружности

Займемся задачами на расположение элементов по окружности.

Пример 1. На улице, став в кружок, разговаривают четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Нина. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Ниной. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Какое платье на каждой из девочек?

Методическое замечание. Рекомендуется сделать чертеж или эскиз.

Решение. Обозначим точками девочек в зеленом и голубом платьях, а также Нину.

Так как девочка в зеленом платье – не Аня, не Валя и не Нина, то ее зовут Галей.

Девочка в белом платье не может быть Ниной; кроме того, она не может быть ни Валей, ни Галей. Следовательно, она Аня.

Остальное теперь легко восстанавливается. *Ответ:* Аня – в белом платье. Валя – в голубом, Галя – в зеленом, Нина – в розовом.

Пример 2. Однажды я решил проехаться на кресельной канатной дороге. В некоторый момент я обратил внимание, что идущее мне навстречу кресло имеет номер 95, а следующее за ним – номер 0, дальше 1, 2 и т. д. Я взглянул на номер своего кресла; он оказался равным 66. а) Проехал ли я половину пути? б) Если нет, то при встрече с каким креслом я проеду половину пути?

Решение. Всего кресел 96, а половина пути составляет 48 кресел. Я окажусь посередине канатной дороги в тот момент, когда количество кресел впереди и сзади меня окажется одинаковым. Для этого нужно, чтобы номер встречного кресла был равен $66 - 48 = 18$. Поскольку встреча с креслом номер 18 у меня впереди, я не проехал половину пути. *Ответ:* а) не проехал; б) 18.

Домашнее задание

1. За круглым столом сидели четыре студента. Филолог сидел против Козина, рядом с историком. Математик сидел рядом с Волковым. Соседи Шатрова – Егоркин и физик. Какая профессия у Козина?

2. Ниф, Наф и Нуф подружились с Серым Волком. Все четверо стали заядлыми филателистами. Волк собирает фауну, один из поросят – флору, другой – спорт, третий – космос. Вся четверка собралась за столом в доме Волка. Волк сидит слева от Нафа, Ниф – справа от собирателя космоса, Нуф сидит напротив Нафа и не интересуется спортивной тематикой. Какие марки собирает Ниф?

3. Девочка выложила по окружности 20 камешков – 10 серых и 10 белых и, двигаясь по окружности в одном направлении, брала каждый седьмой камешек. Через некоторое время все серые камешки были взяты, а все белые остались. В каком порядке были выложены серые и белые камешки?

4. 100 ребят стоят по кругу. Они выбирают водящего следующим образом: первый остается в круге, второй выходит из круга, третий остается, четвертый выходит и т. д. Круг все время сужается, пока в нем не останется один человек. На каком месте он стоял в первоначальном круге?

5. Числа от 1 до 1000 выписаны по порядку по окружности. Начиная с первого, вычеркивается каждое пятнадцатое число (т. е. числа 1, 16, 31 и т. д.), причем при повторных оборотах числа снова считаются. Сколько останется незачеркнутых чисел?

Формула включений и исключений

Познакомимся с задачами, при решении которых используются круги Эйлера.

Пример 1. В одном бурятском улусе каждый житель говорит или по-бурятски, или по-русски, или на обоих языках. 912 жителей села говорят по-бурятски, 653 — по-русски, причем 435 человек говорят на обоих языках. Сколько жителей в этом улусе?

Решение. Применим круги Эйлера. Через A обозначим множество жителей улуса, которые говорят по-бурятски, через B — множество жителей, которые говорят по-русски.

Будем обозначать число элементов любого конечного множества A через $n(A)$. Тогда по условию

$$n(A)=912, n(B)=653, n(A \wedge B)= 435.$$

Нам нужно найти число элементов в объединении множеств A и B .

Прежде всего сложим числа $n(A)$ и $n(B)$. Но при этом элементы, входящие в пересечение множеств A и B , считаются дважды. Следовательно, из этой суммы нужно вычесть $n(A \wedge B)$. Получаем:

$$n(A \vee B) = n(A) + n(B) - n(A \wedge B). \quad (1)$$

Подставим в формулу (1) значения $n(A)$, $n(B)$ и $n(A \wedge B)$:

$$n(A \vee B) = 912 + 653 - 435 = 1130.$$

Ответ: 1130.

Методическое замечание. Заострить внимание учащихся на том, что формула (1) справедлива не только при условиях данного примера, но и для любых двух конечных множеств A и B .

Пример 2. Большая группа туристов выехала в заграничное путешествие. Из них владеют английским языком 28 человек, французским — 13, немецким — 10, английским и французским — 8, английским и немецким — 6, французским и немецким — 5, всеми тремя языками — 2, а 41 человек не владеет ни одним из этих трех языков. Сколько туристов в группе?

Решение. Обозначим множество туристов группы, которые владеют английским, французским или немецким языком, соответственно через A , B и C . По условию

$$n(A) = 28, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \wedge B) = 8, n(A \vee C) = 6, n(B \vee C) = 5, n(A \wedge B \wedge C) = 2.$$

Сначала найдем число туристов, которые владеют, по меньшей мере, одним из трех иностранных языков, т. е. $n(A \vee B \vee C)$. Для этого применим круги Эйлера.

Подсчитаем сумму $n(A) + n(B) + n(C)$. Так как в нее каждое из чисел $n(A \wedge B)$, $n(A \wedge C)$ и $n(B \wedge C)$ вошло слагаемым два раза, то от этой суммы нужно отнять сумму $n(A \wedge B) + n(A \wedge C) + n(B \wedge C)$.

Теперь выясним, сколько раз в полученное выражение

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \wedge B) - n(A \wedge C) - n(B \wedge C)$$

входит слагаемым число $n(A \wedge B \wedge C)$. Оно входит в эту сумму три раза со знаком плюс (в каждое из слагаемых $n(A)$, $n(B)$ и $n(C)$ и три раза со знаком минус (в каждое из слагаемых $n(A \wedge B)$, $n(A \wedge C)$ и $n(B \wedge C)$). Следовательно, для того чтобы не потерять тех туристов, которые входят во множество $A \vee B \vee C$, нужно еще прибавить число $n(A \wedge B \wedge C)$. Получаем:

$$n(A \vee B \vee C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \wedge B) - n(A \wedge C) - n(B \wedge C) + n(A \wedge B \wedge C). \quad (2)$$

Тогда будем иметь:

$$n(A \vee B \vee C) = 28 + 13 + 10 - 8 - 6 - 5 + 2 = 34.$$

Таким образом, общее число туристов группы равно $34 + 41 = 75$. *Ответ:* 75.

Замечание. Заострить внимание учащихся на том, что формула (2) справедлива для любых трех конечных множеств A , B и C .

Домашнее задание.

1. Множество A имеет 100 элементов, являющихся натуральными числами, каждое из

которых делится или на 2, или на 3, причем 70 элементов из A делятся на 2 и 48 – на 3. Сколько элементов множества A делятся на 6?

2. В течение некоторого времени число дождливых дней было равно 10, ветреных – 8, холодных – 6, дождливых и ветреных – 5, дождливых и холодных – 4, ветреных и холодных – 3 и, наконец, дождливых, ветреных и холодных – 1. Сколько было всего дней с плохой погодой?

3. Контрольная работа по математике в пятом классе состояла из задачи, уравнения и числового примера. Работу писали 36 учеников. Правильно решили только задачу 2 человека, только уравнение – 4, только пример – 7. Не решили только задачу 8 человек, только уравнение – 5, только пример – 3. Остальные ученики выполнили всю работу правильно. Сколько таких учеников?

4. Пол комнаты площадью 18 м^2 покрыт тремя коврами. Площадь одного ковра – 6 м^2 , другого – 5 м^2 и третьего – 4 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади 1 м^2 , причем все три ковра перекрываются на площади $0,5 \text{ м}^2$. Какова площадь части пола, не покрытой коврами?

7 класс

1. Задачи, решаемые с помощью схем и таблиц

Емкости и переливания

Многие олимпиадные задачи начинаются со слов: «Можно ли...». При этом существует две возможности:

- ответ в задаче – нельзя, и тогда нужно доказать, *почему* нельзя;
- ответ – можно, и тогда нужно построить *пример* и показать, что он удовлетворяет условию задачи.

Точно так же часто ответом на вопрос: «Всегда ли...» или «Всякий ли...» является конкретный пример, когда это условие не выполняется.

Типичный пример таких задач – задачи на переливания. Они традиционно вызывают интерес у младших школьников и трудности с записью решения. Поэтому учителю нужно обратить особое внимание на рациональную запись решения (в виде схемы или таблицы).

Пример 1. Можно ли, имея лишь два сосуда 3 и 5 л, набрать из водопроводного крана 4 л воды?

Решение. Пусть «н» обозначает «налить из водопровода сосуд доверху», «п» – «перелить из сосуда 3 л в сосуд 5 л», «в» – «вылить всё из сосуда».

Сосуд 3	0	н	3	п	0	н	3	п	1		1	п	0	н	3	п	0
Сосуд 5	0		0		3		3		5	в	0		1		1		4

В результате в сосуде вместимостью 5 л оказалось 4 л воды.

Методическое замечание. Можно и не писать действия, достаточно следить за объёмом воды в каждом сосуде. Можно, наоборот, описывать процесс переливания не в таблице, а словами.

Пример 2. Даны три сосуда на 3, 5 и 8 литров соответственно. В 8-ми литровом сосуде 8 литров жидкости. С помощью переливаний, удовлетворяющих следующим правилам, получить в каком-нибудь из сосудов 4 литра жидкости:

- Переливать можно только полностью всю жидкость, или столько, сколько влезает в сосуд;
- Выливать жидкость вне сосуда нельзя;

- Наливать жидкость извне нельзя.



Граф будем задавать в виде таблицы, описывающей количество жидкости в 3-х и 5-ти литровых сосудах. Количество жидкости в 8-ми литровом сосуде вычисляется вычитанием.

Первоначально таблица выглядит так:

	0	1	2	3	4	5
0	0					
1						
2						
3						

Здесь зеленая позиция – исходное состояние или нулевое, а красные – это то, куда мы должны попасть. Теперь о правилах передвижения в этой таблице:

1. Переливать мы можем только полностью, так что задействованы будут только «края» таблицы

	0	1	2	3	4	5
0	0					
1						
2						
3						

2. Направление для переливания $3 \Rightarrow 8$ или же $8 \Rightarrow 3$ вертикально, т.е. не затрагивается количество в 5-ти литровом сосуде
3. Направление для переливания $5 \Rightarrow 8$ или же $8 \Rightarrow 5$ горизонтально, т.е. не затрагивается количество в 3-х литровом сосуде соответственно

	0	1	2	3	4	5
0	0					
1						
2						
3						

4. Направление для переливания $5 \Rightarrow 3$ или же $3 \Rightarrow 5$ по побочной диагонали, т.е. так, чтобы количество жидкости в 8-ми литровом сосуде не менялось

	0	1	2	3	4	5
0	0					
1						
2						
3						

Теперь примемся за заполнение таблицы. Клетки таблицы будем заполнять таким образом, что бы в клетке был номер соответствующий минимальному количеству переливаний, за которое можно достичь этого состояния.

Из точки (0, 0) мы можем попасть в точку (3, 0) или же (0, 5), поставим там цифры 1:

	0	1	2	3	4	5
0	0					1
1						
2						
3	1					

Продолжим заполнять таблицу, пока не достигнем нужной нам ячейки:

	0	1	2	3	4	5
0	0			2	1	
1						
2						
3	1		2			2

	0	1	2	3	4	5
0	0		3	2	1	
1						
2						
3	1		2	3		2

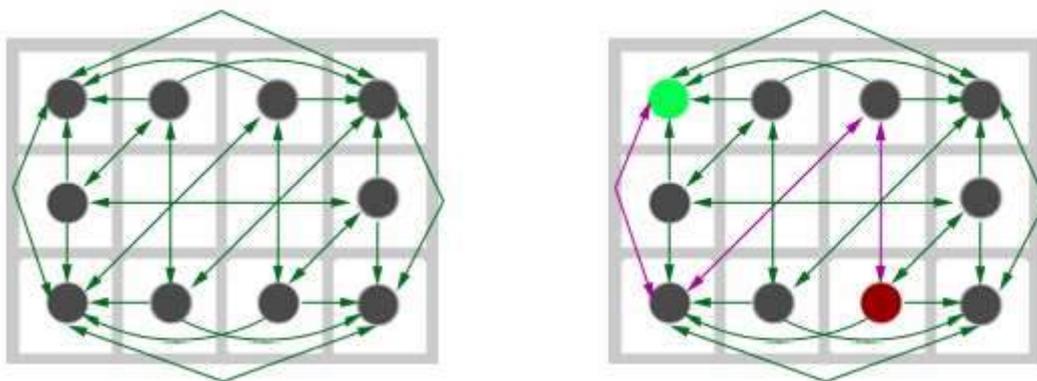
	0	1	2	3	4	5
0	0		3	2	1	
1						4
2						
3	1		2	3		2

	0	1	2	3	4	5
0	0		3	2	1	
1	5					4
2	4					5
3	1		2	3		2

	0	1	2	3	4	5
0	0		6	3	2	1
1	5					4
2	4					5
3	1		2	3	6	2

	0	1	2	3	4	5
0	0		6	3	2	7
1	5					4
2	4					5
3	1		7	2	3	6

Так же эту таблицу можно преобразовать в оргграф – тогда задача сводится к классическому алгоритму поиска минимального пути:



Приведена маленькая таблица для удобства иллюстрирования графа.

Теперь еще несколько нюансов:

- А что, если воды будет дано больше, чем помещается в рассматриваемых сосудах (для этой задачи, например, девять)?

Тогда в таблице будет недоступна клетка (0, 0), если еще меньше, то отсеется еще две клетки по побочной диагонали:

	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						

- А что, если будет наоборот – воды дано меньше?

Тогда отсекаются клетки будут из противоположного угла:

	0	1	2	3	4	5
0						
1		■	■	■	■	
2		■	■	■	■	■
3				■	■	■

Так же с помощью этой таблицы или графа можно легко вычислить, что переливание будет недостижимо.

Домашнее задание

1. Даны два кувшина вместимостью 8 и 5 литров. Имеется кран с водой и мойка для слива воды. Как с помощью этих двух кувшинов отмерить ровно 6 литров воды?
2. Бидон емкостью 9 литров заполнен молоком, бидоны объемом 8 литров и 5 литров пусты. Требуется получить 6 литров молока.
3. Даны три сосуда на 3,5 и 8 литров соответственно. В 8-ми литровом сосуде 8 литров жидкости. С помощью переливаний разлить воду поровну в два больших сосуда.
4. В бочке находится не менее 13 ведер бензина. Как отлить из нее ровно 8 ведер бензина с помощью двух пустых девятиведерного и пятиведерного бидонов?
5. В бидоне находится 18 литров подсолнечного масла. Имеются два пустых ведра объемом по 7 л, в которые нужно налить по 6 л масла. Кроме того, есть черпак объемом 4 л. Как можно выполнить разлив?

3. Задачи на маневрирование

Пример 1. Фермеру необходимо переправить через широкую реку капусту, козу и волка. Но беда в том, что в лодке с человеком есть одно место или для капусты, или для козы, или для волка. Если фермер оставит козу с волком, то волк может съесть козу, а если оставить капусту с козой, то она может съесть капусту. В присутствии фермера никто никого не ест. Подскажите ему способ переправы на другой берег?

Решение. Опишем организацию перевозки с левого берега на правый волка, козла и капусты, при которой без присмотра не будут оставаться одновременно волк с козлом или козел с капустой.

В первом рейсе перевозчик берет с собой козла, оставляя на левом берегу волка и капусту. Переехав на правый берег, перевозчик оставляет там козла и возвращается на левый берег.

Во втором рейсе перевозчик берет с собой волка, оставляя на левом берегу капусту. Переехав на правый берег, перевозчик оставляет там волка, забирает с собой козла и возвращается с ним на левый берег.

В третьем рейсе перевозчик берет с собой капусту, оставляя на левом берегу козла. Переехав на правый берег, оставляет там капусту (с волком) и возвращается на левый берег.

И, наконец, в четвертом рейсе он перевозит с левого берега на правый козла.

Пример 2. Отряд солдат подходит к реке, через которую надо переправиться. Но мост сломан, а река глубока. Вдруг командир замечает двух мальчиков, которые катаются на лодке недалеко от берега. Но лодка так мала, что может выдержать только одного солдата или только двух мальчиков – не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Как это было сделано?

Решение. Дети переехали реку. Один из мальчиков остался на берегу, а другой пригнал лодку к солдатам и вылез. После этого в лодку сел солдат и переправился на другой берег. Мальчик,

оставшийся там, пригнал лодку обратно к солдатам, взял своего товарища, отвёз на другой берег и снова доставил лодку обратно, после чего вылез, а в неё сел другой солдат и переправился через реку. Таким образом, после каждого двух перегонов лодки через реку и обратно переправлялся один солдат. Так повторялось столько раз, сколько было солдат

Пример 3. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100 кг. Вес одного из туристов 45 кг, второго – 50 кг, третьего – 80 кг. Как должны они действовать, чтобы перебраться на другой берег?

Указание. Туристы могут начать с того, что двое с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег, после чего один из них пригоняет лодку обратно.

Решение. Туристы могут действовать так: 1) два с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег; 2) один из них пригоняет лодку обратно; 3) наиболее тяжёлый турист садится в лодку и переправляется; 4) второй лёгкий садится в лодку и пригоняет её назад; 5) два лёгких садятся в лодку и окончательно переправляются на нужный берег.

Ответ. Переправляются два лёгких; один из них пригоняет лодку обратно; переправляется тяжёлый; второй лёгкий пригоняет лодку обратно; снова переправляются два лёгких.

Домашнее задание

1. Три рыцаря, у каждого из которых был свой оруженосец, съехались на берегу реки, к которому была привязана двухместная лодка. Их лошади переправились вплавь, а людей ждала лодка. Но оруженосцы, словно сговорившись, не захотели оставаться на берегу в компании незнакомых рыцарей. И уговоры и угрозы не помогли. Тогда оруженосцы подумали и нашли способ переправиться не нарушая требование оруженосцев. Как они это сделали?
2. Можно ли рыцарям переправиться при этих же условиях, если съедутся 4 рыцаря и 4 оруженосца?
3. К реке подошли 4 рыцаря и 4 оруженосца, но лодка оказалась трехместной. Можно ли осуществить переправу с теми же условиями оруженосцев?
4. К берегу реки подошли 3 контрабандиста с двумя мешками золота каждый. У берега нашлась трехместная лодка, в которую помещались любые три мешка, или контрабандист + 2 мешка, или 2 контрабандиста + 1 мешок или 3 контрабандиста. Каждый из преступников не может оставить ни один из своих мешков наедине с другими преступниками, но может их оставить на безлюдном берегу. Могут ли все они переправиться через реку?

Задачи для самостоятельного решения

1. Четыре рыцаря с оруженосцами хотят переправиться через глубокую реку на лодке без гребца, вмещающая не более двух человек. Недалеко от места переправы есть островок, на котором можно высаживаться. Как можно переправиться с условием, что нигде (ни на берегах, ни в лодке, ни на острове) ни один оруженосец не находился в компании чужих для него рыцарей?
2. Поезд М приближается к железнодорожной станции и его обгоняет быстро едущий поезд из города N, который нужно пропустить вперед. От главного пути, около станции, отходит боковая ветка – тупик, на которую временно можно оттащить вагоны с главного пути, но она так мала, что может вместить весь поезд М. Как можно пропустить поезд N вперед?
3. По речному каналу один за другим плывут три парохода: М;N и К. Навстречу им плывут еще три парохода, идущие также один за другим: Р;Н и Е. Канал такой ширины, что два

парохода не могут в нем разъехаться, но в конце одной из сторон канала есть карман в виде залива. В него можно отвести только один из пароходов. Могут ли эти пароходы разъехаться около этого кармана?

4. Задачи, решаемые с помощью графов

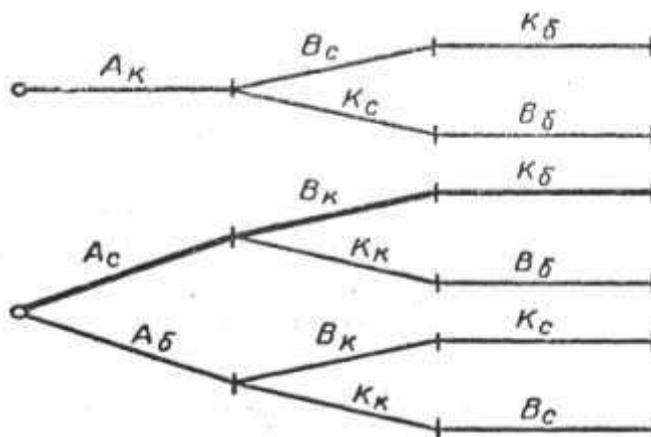
Метод построения дерева решения комбинаторных задач

Пример 1. В столовой на горячее можно заказать щуку, грибы и баранину, на гарнир – картофель и рис, а из напитков – чай и кофе. Сколько различных вариантов обедов можно составить из указанных блюд?

Решение. Так как горячих блюд три, то поставим три точки. Каждую точку обозначим первой буквой названия блюда. От этих точек проведем по две линии вниз и поставим точки, т.к. гарниров два. Их также обозначим первыми буквами названий. От каждого гарнира также проведем по две линии, точки будут обозначать напиток. Каждый путь по этому графу соответствует одному из способов выбора. Число таких путей будет соответствовать числу точек в нижнем ряду. Сосчитаем точки третьего ряда на нашем графе. Их 12, значит, можно составить 12 различных обедов.

Пример 2. Три ученицы – Аня, Варя и Клава – на первомайской демонстрации были: одна в красном, другая в белом, третья в синем платье. В высказывании: Аня была в красном платье, Варя не в красном, Клава не в синем – одна часть верна, а две неверны. В каком платье была каждая из учениц?

Решение. Будем исходить из двух возможностей: Аня была в красном платье (A_k) и Аня была не в красном (то есть в белом или синем) и изобразим эти возможности: первую ребром A_k , а вторую двумя ребрами A_c и A_b , исходящими из одной точки. Если Аня была в красном платье, то в синем могла быть или Варя, или Клава. По этому к ребру A_k присоединим 2 ребра B_c и K_c . Путь $A_k B_c$ закончим K_b , а путь $A_k K_c$ закончим B_b . Но из двух получившихся путей условию задачи ни один не удовлетворяет.



Обратимся ко второй возможности. К ребру A_c присоединим два ребра B_k и K_k , так как в красном платье в этом случае могла быть Варя или Клава. Такие же два ребра присоединим к A_b . Закончить каждый из получившихся путей очень просто: нужно присоединить последовательно ребра K_b , B_b , K_c и B_c . Имеем четыре логические возможности, но условию задачи удовлетворяет лишь путь $A_c B_k K_b$, а остальные три пути – не удовлетворяют. Значит, Аня была в синем платье, Варя – в красном, а Клава – в белом.

Домашнее задание

1. У Юры 2 пирамидки, 3 мяча и 2 конструктора. Он хочет выбрать из этих игрушек одну пирамидку, один мяч и один конструктор. Сколькими способами он это может сделать?

.

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ г. Иркутска (МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска)**

Утверждено приказом директора МАОУ Лицея ИГУ
г. Иркутска № 01-06-87/2 от 28.05.2021г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА
«Решение олимпиадных задач по математике»
для 5-6 классов**

Срок реализации программы 2 года

Составители программы: Кузьмин О.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Кузьмина В.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2021 год

Пояснительная записка

Рабочая программа разработана на основе требований к планируемым результатам освоения основных образовательных программ основного общего образования, реализующего ФГОС с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	5 класс	6 класс	Всего
Количество учебных недель	35	35	70
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	35	35	70

Уровень подготовки учащихся - с дополнительной (углубленной) подготовкой. Место предмета в учебном плане – отдельный учебный предмет, формируемый участниками образовательных отношений.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, планируемые результаты подготовки учащихся, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

Содержание программы

5 класс

1. Задачи-шутки (3 часа)

Проверка внимания. Умеем ли мы считать? Учимся делать выводы.

2. Четность (7 часов)

Свойства четности. Решение задач на чередование. Разбиение на пары. Игры-шутки.

3. Принцип Дирихле (6 часов)

Понятие о принципе Дирихле. Решение простейших задач на принцип Дирихле. Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.

4. Раскраски (6 часов)

Знакомство с идеей раскрашивания некоторых объектов для выявления их свойств и закономерностей. Решение задач с помощью идеи раскрашивания. Раскраски и принцип Дирихле.

5. Конструктивные задачи (6 часов)

Равновеликие и равноставленные фигуры. Геометрические головоломки на разрезание и перекладывание. Задачи на построение примера. Задачи на переливания. Задачи на взвешивания.

6. Делимость (5 часов)

Делимость и остатки. Признаки делимости. Задачи на десятичную запись числа. Задачи на использование свойств делимости. Делимость и принцип Дирихле.

Итоговый контроль. Зачетная работа (1 час)

6 класс

1. Задачи на части и проценты (4 часа)

Задачи на проценты. Задачи на проценты и части. Задачи на составление уравнений.

2. Графы (8 часов)

Основные понятия теории графов. Степень вершины. Полный граф и его свойства.

Путь, маршрут и цикл в графе. Связные вершины. Компоненты связности графа. Дерево. Мост и число ребер в дереве.

3. Инвариант (7 часов)

Понятие об инварианте. Решение простейших задач на инвариант с помощью чётности. Инвариант и раскраски. Инвариант и остатки. Понятие о полуинварианте. Процессы и операции.

4. Конструктивные задачи (6 часов)

Примеры и конструкции. Задачи на построение примера. Построение контрпримера. «Оценка + пример». Оценки и примеры конструкций на шахматной доске.

5. Игры (7 часов)

Игры-шутки. Симметрия. Разбиение на пары, группы, фигуры. Дополнение до особой позиции. Первый ход. Передача хода. Геометрические игры.

Итоговый контроль. (3 час)

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Задачи-шутки	3	
1	Проверка внимания	1	
2	Умеем ли мы считать?	1	
3	Учимся делать выводы	1	
	Раздел 2. Четность	7	
4	Четные и нечетные числа. Признак делимости на два	1	
5	Свойства четности	1	
6	Решение задач на четность	1	
7	Разбиение на пары	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
9	Решение задач на чередование. Игры-шутки	1	
10	Контрольный урок		1
	Раздел 3. Принцип Дирихле	6	
11	Знакомство с принципом Дирихле	1	
12	Решение задач на принцип Дирихле	1	
13	Обобщенный принцип Дирихле	1	
14	Решение задач на обобщенный принцип Дирихле	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1
16	Геометрические аналоги принципа	1	
	Раздел 4. Раскраски	6	
17	Знакомство с идеей раскрашивания	1	
18	Решение задач методом раскрашивания.	1	
19	«Шахматные» раскраски	1	
20	Решение задач с помощью «шахматных» раскрасок	1	

21	Раскраски и принцип Дирихле	1	
22	Контрольный урок		1
	Раздел 5. Конструктивные задачи	6	
23	Равновеликие и равносторонние фигуры	1	
24	Геометрические головоломки на разрезание и пере- кладывание Задачи на построение примера	1	
25	Контрольная работа за 3 четверть		1
26	Задачи на переливания	1	
27	Задачи на взвешивания	1	
28	Контрольный урок		1
	Раздел 6. Делимость	5	
29	Делимость и остатки. Признаки делимости	1	
30	Задачи на десятичную запись числа	1	
31	Задачи на использование свойств делимости	1	
32, 33	Делимость и принцип Дирихле	2	
34	Итоговая контрольная работа		1
35	Итоговое занятие	1	
	Итого часов:	28	7

6 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Задачи на части и проценты	4	
1	Решение задач на проценты	1	
2	Задачи на проценты и части	1	
3	Задачи на составление уравнений	1	
4	Контрольный урок		1
	Раздел 2. Графы	8	
5	Основные понятия теории графов	1	
6	Степень вершины. Полный граф и его свойства	1	
7	Путь, маршрут и цикл в графе	1	
8	Контрольная работа за 1 четверть		1
9	Связные вершины	1	
10	Компоненты связности графа	1	
11	Дерево. Мост и число ребер в дереве	1	
12	Контрольный урок		1
	Раздел 3. Инвариант	7	
13	Понятие об инварианте	1	
14	Решение простейших задач на инвариант с помощью чётности	1	
15	Контрольная работа за 2 четверть		1

16	Инвариант и раскраски. Инвариант и остатки	1	
17	Понятие о полуинварианте	1	
18	Процессы и операции	1	
19	Контрольный урок		1
	Раздел 4. Конструктивные задачи	6	
20	Примеры и конструкции	1	
21	Задачи на построение примера	1	
22	Построение контрпримера	1	
23	«Оценка + пример»	1	
24	Оценки и примеры конструкций на шахматной доске	1	
25	Контрольная работа за 3 четверть		1
	Раздел 5. Игры	8	
26	Игры-шутки	1	
27	Симметрия	1	
28	Разбиение на пары, группы, фигуры	1	
29	Дополнение до особой позиции	1	
30	Первый ход	1	
31	Передача хода	1	
32	Геометрические игры	1	
33	Итоговая контрольная работа		1
34, 35	Итоговое занятие	2	
	Итого часов:	28	7

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

5 класс

Личностные результаты:

30) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;

31) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

32) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

33) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;

34) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

35) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

- 1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- 2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;
- 3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;
- 4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- 5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- 6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- 7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;
- 8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;
- 9) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);
- 25) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;
- 26) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- 27) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- 28) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- 29) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;
- 30) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- 31) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;
- делать обоснованные выводы;

- решать простейшие задачи на четность и чередование;
- применять принцип Дирихле при решении олимпиадных задач;
- решать задачи на построение примера и контрпримера;
- решать задачи на переливания и взвешивания;
- использовать основные свойства делимости;
- применять идею раскраски при решении олимпиадных задач;
- применять основную теорему арифметики;

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;
- понимать, что часто существует много правильных решений одной и той же задачи;
- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности;
- использовать основные логические приемы при проведении рассуждений в различных предметных областях.

6 класс

Личностные результаты:

11) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;

12) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

13) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

14) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

15) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

11) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

12) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

13) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

14) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

15) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

20) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

21) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

22) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

23) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

24) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

25) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), развития способности обосновывать суждения, проводить классификацию;

- решать задачи на проценты и части;

- строить и применять простейшие графы при решении олимпиадных задач;

- решать простейшие задачи на инвариант с помощью четности;

- находить инвариант в задачах на раскраски и остатки;

- различать инвариант и полуинвариант;

- использовать основные свойства делимости;

- строить пример с заданными условиями;

- применять метод доказательства от противного, метод оценки

- применять основную теорему арифметики;

- применять понятие симметрии в игровых задачах;

- находить и использовать стратегии при решении простых игровых задач

Учащийся сможет научиться:

- выполнять арифметические преобразования рациональных выражений, применять их для решения математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах;

- понимать, что часто существует много правильных решений одной и той же задачи;

- применять полученные знания в нестандартных ситуациях, при решении олимпиадных задач и задач повышенной сложности;

- использовать основные логические приемы при проведении рассуждений в различных предметных областях.

Примерные задания олимпиадной работы для 5-го класса

1. В десятичной записи числа семьдесят три цифры и все они единицы. Делится ли это число на 18?
2. Десять подружек собрали 44 яблока. Докажите, что какие-то два из них собрали одинаковое число яблок.
3. Из доски 8×8 вырезали угловую клетку. Можно ли получившийся остаток разрезать на прямоугольники 3×1 ?
4. Среди 9 монет одна фальшивая. Найдите её за два взвешивания на чашечных весах без гирь, если известно, что она легче настоящей.

Примерные задания олимпиадной работы для 6-го класса

1. В Морляндии объявили конкурс: в куске сетки размером 5×20 ячеек нужно перерезать как можно больше верёвочек так, чтобы сетка не распалась на два куска. Победитель получит приз. Какое наибольшее число верёвочек можно перерезать?
 2. 6 детей из 6-го класса стоят по кругу, и на каждом сидит комар. Время от времени какие-то два комара перелетают на соседнего ребёнка – один по часовой стрелке, а другой – против. Могут ли все комары собраться на одном несчастном?
 3. На столе лежат 20 фантиков. Двое по очереди берут 1 или 2 фантика. Побеждает тот, кто возьмёт последний фантик. Кто победит при правильной игре – первый или второй игрок?
 4. Среди 12 монет одна фальшивая (легче настоящей). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь фальшивую монету можно наверняка отделить от настоящих?

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Чётные и нечётные числа.

Известно, что целые числа бывают *чётными* и *нечётными*. Чётные числа можно записать в виде $2k$, где k – целое число, а нечётные – в виде $2k+1$.

Легко доказать (показать на примерах) следующие *свойства чётности* для целых чисел:

1. Сумма чётных чисел четна.
2. Сумма 2-х нечётных чисел четна.
3. Сумма чётного и нечётного чисел нечётна.
4. Произведение любого числа на чётное число – четно.
5. Если произведение нескольких чисел нечётно, то все сомножители нечётны.
6. Сумма чётного количества нечётных чисел четна.
7. Сумма нечётного количества нечётных чисел нечётна.
8. Разность и сумма двух данных чисел – числа одной чётности.
9. Если объекты можно разбить на пары, то их количество четно.

Методическое замечание. Рекомендуется одно из этих свойств доказать учителю, одно – всем вместе на доске и одно – самостоятельно.

Пример 1. Могут ли десять игрушек ценой в 3, 5 или 7 рублей стоить в сумме 53 рубля?

Решение. Сумма чётного количества нечётных чисел всегда четна. У нас есть 10 игрушек, а цена каждой игрушки – нечётное число, значит, их сумма должна быть четна. Но 53 – нечётное число, поэтому получить его в виде суммы 10 нечётных чисел нельзя.

Пример 2. Можно ли 7 телефонов соединить между собой попарно так, чтобы каждый был соединён ровно с тремя другими?

Решение. Используем следующее соображение: если мы рассматриваем объекты типа верёвки – провода, дороги, рукопожатия, знакомства и т. д., то при любом количестве объектов число концов должно быть чётным. Предположим, что мы соединили 7 телефонов между собой попарно так, чтобы каждый был соединён ровно с тремя другими. Посчитаем количество концов проводов, соединяющих эти телефоны. Понятно, что их число должно быть чётным. От каждого из 7 телефонов отходит 3 конца, всего $7 \cdot 3 = 21$ конец, нечётное число, значит, нельзя 7 телефонов соединить между собой попарно так, чтобы каждый был соединён ровно с тремя другими.

Пример 3. 13 команд играют однокруговой турнир. Докажите, что в любой момент есть команда, сыгравшая чётное число матчей. (Однокруговой турнир – когда каждая команда играет с каждой ровно один раз.)

Указание. В общей сумме всех игр каждая игра учитывается два раза, если же подсчитать сумму игр 13 команд, сыгравших по нечётному числу матчей, результат будет нечётным. Чтобы общая сумма игр получилась чётной, хотя бы одна команда должна сыграть чётное число матчей.

Домашнее задание.

1. Гриша посчитал сумму $1 + 3 + 5 + \dots + 997 + 999$ и получил результат 247013. Какая чётность данной суммы? Верный ли ответ получил Гриша? Попробуйте выполнить сложение устно.
2. Вычислите: $99 - 97 + 95 - 93 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$.
3. Запишите число 31, пользуясь знаками действий и 1) шестью тройками; 2) пятью пятёрками; 3) пятью тройками.
4. Может ли сумма $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot M + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot K$, где M и K – натуральные числа, большие трёх, оканчиваться на 9?
5. Сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых:
а) содержатся только цифры 5, 8, 9?
б) цифры 5, 8, 9 встречаются по одному разу?
6. У Маши было 5 плиток шоколада. Может ли Маша, поделив каждую плитку на 9, 15 или 25 кусочков, получить всего 100 кусков шоколада?

Знакомство с принципом Дирихле.

Методическое замечание. Используемые рассуждения достаточно стандартны и основываются на применении свойств неравенств и методе доказательства «от противного». Рекомендуется при решении простых задач этого типа проводить рассуждения, не упоминая о принципе Дирихле, так как в школьной программе нет такой темы и при решении задач ссылки на этот принцип неоправданны.

ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ: Если в n клеток посадить $n+1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем 2 зайца.

ОБОБЩЁННЫЙ ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ: Если в n клеток посадить $kn + 1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем $n + 1$ заяц.

Докажем обобщённый принцип Дирихле.

Доказательство от противного. Предположим, что не найдётся такой клетки. Значит, в каждой клетке находится не более чем k зайцев. Тогда всего в n клетках не будет более чем kn зайцев. Но, по условию, было $kn + 1$ зайцев. Получилось противоречие, значит, наше предположение неверно. Следовательно, найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем $k + 1$ заяц.

Методическое замечание. Безусловно, начинать эту тему стоит с задач, в которых нужно работать с конкретными числами. Обязательно в процессе решения нужно обращать внимание на то, что мы должны говорить «не более», «не менее», а не обсуждать «лучший» («худший») случай, так как доказать это часто бывает достаточно сложно.

Пример 1. В городе 15 школ. В них обучается 6015 школьников. В концертном зале городского Дворца культуры 400 мест. Докажите, что найдётся школа, ученики которой не поместятся в этом зале.

Решение. Предположим, что в каждой школе не более 400 учеников. Значит, в 15 школах не более $15 \cdot 400 = 6000$ школьников. Но, по условию, в школах обучается 6015 человек. Значит, найдётся школа, в которой больше 400 учеников. Поэтому ученики этой школы не поместятся в зале на 400 мест.

Пример 2. В школьном совете 17 парламентарёв. За время заседаний часть из них поссорилась между собой. Докажите, что найдутся два участника совета, которые поссорились с одинаковым количеством парламентарёв.

Решение. Предположим, что все парламентарёвы поссорились с различным количеством своих коллег. Посчитаем, сколько может быть различных вариантов. Можно не поссориться ни с кем, поссориться с одним человеком, с двумя, с тремя и так далее до 16 (если поссорился со всеми). Всего получается 17 вариантов поссориться, но если кто-то поссорился со всеми, то не может одновременно быть парламентарём, который ни с кем не поссорился. Значит, остаётся 16 различных вариантов для 17 человек, и найдутся два участника совета, которые поссорились с одинаковым количеством парламентарёвов.

Пример 3. В школе 5 восьмых классов: 8«А», ..., 8«Д». В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 восьмиклассников, родившихся в один месяц.

Решение. Предположим, что в каждом месяце родилось не более 13 учеников (год рождения не учитывается). Значит, за 12 месяцев родилось не более $12 \cdot 13 = 156$ школьников. Но, по условию, в пяти классах этой школы обучается $5 \cdot 32 = 160$ человек. Получили противоречие. Значит, найдётся месяц, в котором родилось больше чем 13 учеников, то есть хотя бы 14.

Пример 4. В 3«А» классе учится 27 школьников, знающих (всего) 109 стихотворений. Докажите, что найдётся школьник, знающий не менее пяти стихотворений.

Решение. Предположим, что каждый школьник знает не более четырёх стихотворений. Значит, 27 школьников знают не более $4 \cdot 27 = 108$ стихотворений. Но, по условию, они знают 109 стихотворений. Получили противоречие. Следовательно, найдётся школьник, который знает хотя бы 5 стихотворений.

Пример 5. В походе участвовало 25 человек, каждому из которых было от 24 до 30 полных лет (на данный день). Докажите, что найдутся четыре человека, родившихся в один год.

Решение. Различных годов рождения может быть 7. Предположим, что каждый год родилось не более трёх участников похода. Значит, за 7 лет могли родиться не более $3 \cdot 7 = 21$ участника. Но, по условию, в походе участвовало 25 человек. Получили противоречие. Значит, найдутся четыре участника похода, родившихся в один год.

Практическое задание.

1. Начертите прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см. Измерьте гипотенузу. Ее длина должна получиться 5 см. Проверьте, что выполняется равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$.
2. Начертите треугольник с катетами 5 см и 12 см. Измерьте гипотенузу. Ее длина должна быть равна 13 см. Проверьте, что выполняется равенство $5^2 + 12^2 = 13^2$. У треугольника с катетами 6 см и 8 см гипотенуза равна 10 см (проверьте!). При этом $6^2 + 8^2 = 10^2$.

Оказывается, что в любом прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы. Это утверждение называется *теоремой Пифагора*.

Домашнее задание.

1. По дороге в школу третьеклассник Коля преодолел 27 луж. Дорога в школу заняла у него 15 минут. Докажите, что найдутся две лужи с паузой менее чем в 35 секунд.
2. В Вологодске живёт более 125000 человек. На голове у каждого не более 10000 волос. Докажите, что найдутся 12 человек с одинаковым количеством волос на голове.
3. В буфете продают лимонад в бутылках стоимостью 30 руб. Пустую бутылку можно вернуть, получив за неё 20 руб. Какое наибольшее количество лимонада можно выпить на 100 руб.?
4. Я задумал число, прибавил к нему 1, умножил сумму на 2, произведение разделил на 3 и от результата отнял 4. Получилось 5. Какое число я задумал?
5. Первый член последовательности равен 439, каждый следующий равен сумме цифр предыдущего, умноженной на 13. Чему равен девяносто девятый член последовательности?

Делимость.

Методическое замечание. На первом занятии по теме «Делимость» следует сформулировать и на примерах пояснить основную теорему арифметики, а также вспомнить признаки делимости на 2, 5, 10, 4, 25, 3, 9, 11.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ: *Натуральное число раскладывается на произведение простых множителей единственным образом, с точностью до порядка множителей.*

Пример 1. Докажите, что произведение любых трёх последовательных чисел делится на 6.

Решение. Среди трёх последовательных чисел есть как минимум одно чётное и одно, делящееся на 3. Значит, их произведение разделится на 6.

Пример 2. Каково наименьшее натуральное N такое, что $N!$ делится на 770?

Решение. $770 = 7 \cdot 11 \cdot 10$, значит, $N!$ делится на 11. Наименьшее выражение, содержащее множитель 11, будет $11!$, в это произведение будут входить и 7, и 10.

Пример 3. Может ли $N!$ оканчиваться на 5 нулей?

Решение. Произведения с $20!$ по $24!$ оканчиваются на 4 нуля, т.к. в произведении содержится 4 множителя 5: в числах 5, 10, 15, 20. А $25!$ содержит сразу 2 множителя 5 в составе числа $25 = 5^2$. Значит, $25!$ оканчивается на 6 нулей.

Ответ. На 5 нулей $N!$ оканчиваться не может.

Домашнее задание.

1. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на прямоугольники 1×4 ?
2. Запись шестизначного числа в десятичной системе исчисления такова, что одинаковы первая и четвёртая цифры, вторая и пятая, третья и шестая. Делится ли это число: а) на 7; б) на 11; в) на 13?
3. Что больше: 100^{100} или $50^{50} \cdot 150^{50}$?
4. В компании 16 человек. Каждому нравится 8 человек из этой компании. Докажите, что найдутся двое, которые нравятся друг другу.
5. В трёхзначном числе последняя цифра 3. Если её переставить в начало числа, то получившееся число будет на 1 больше, чем утроенное первоначальное. Найдите первоначальное число.

Задачи на построение примера.

Многие олимпиадные задачи начинаются со слов: «Можно ли...». При этом существует две возможности:

- ответ в задаче – нельзя, и тогда нужно доказать, *почему* нельзя;
- ответ – можно, и тогда нужно построить *пример* и показать, что он удовлетворяет условию задачи.

Точно так же часто ответом на вопрос: «Всегда ли...» или «Всякий ли...» является конкретный пример, когда это условие не выполняется.

Типичный пример таких задач – задачи на переливания. Они традиционно вызывают интерес у младших школьников и трудности с записью решения. Поэтому учителю нужно обратить особое внимание на рациональную запись решения (в виде схемы или таблицы).

Пример 1. *Можно ли, имея лишь два сосуда 3 и 5 л, набрать из водопроводного крана 4 л воды?*

Решение. Пусть «н» обозначает «налить из водопровода сосуд доверху», «п» – «перелить из сосуда 3 л в сосуд 5 л», «в» – «вылить всё из сосуда».

Сосуд 3	0	н	3	п	0	н	3	п	1		1	п	0	н	3	п	0
Сосуд 5	0		0		3		3		5	в	0		1		1		4

В результате в сосуде вместимостью 5 л оказалось 4 л воды.

Методическое замечание. Можно и не писать действия, достаточно следить за объёмом воды в каждом сосуде. Можно, наоборот, описывать процесс переливания не в таблице, а словами.

Пример 2. *Любой ли прямоугольник можно разрезать на 199 частей так, чтобы из них можно было составить квадрат?*

Решение. Рассмотрим прямоугольник 1×4000000 . Допустим, что мы разрезали его на 199 частей и смогли сложить из них квадрат. Разделим его на прямоугольников 1×10000 . Так как количество частей 199, то найдётся часть, попавшая хотя бы в 3 различных прямоугольника. Из них можно брать 2 несоседних. Значит, некоторые точки этой части находятся на расстоянии, не меньшем 10000. Площадь квадрата равна площади прямоугольника, а сторона равна 2000. Итак, выбранная нами часть в квадрат поместиться не могла. Получилось противоречие, следовательно, прямоугольник и размером 1×4000000 нельзя разрезать на 199 частей так, чтобы получился квадрат.

Ответ. Не любой.

Пример 3. *Можно ли в таблице 3×3 , следуя шахматным правилам, конём*

а) попасть из угловой клетки в диагонально противоположную;

б) обойти все клетки доски?

Решение.

а) Да, например:

1		3
4		
	2	5

б) Нет, конь никогда не попадёт в центральную клетку, достаточно нарисовать его маршрут, начиная с любой клетки, кроме центральной. С неё он вообще не может сделать ход, значит, не сможет и попасть на центральную ни с какой другой клетки.

Методическое замечание. Рекомендуется разобрать задачи домашнего задания.

Домашнее задание.

1. Как, имея 2 сосуда ёмкостью 5 и 9 л, набрать из водоёма ровно 3 л воды?
2. Решите уравнение в натуральных числах: $x^2 - y^2 = 303$.
3. Числа P и $2P + 1$ – простые и $P > 3$. Докажите, что число $4P + 1$ составное.
4. Можно ли числа от 1 до 32 разбить на несколько групп так, чтобы произведения внутри каждой группы были равны?

Решение задач на проценты.

Задачи «на проценты», пожалуй, единственный «подарок» математикам от бухгалтеров. Поэтому для успешного решения таких задач нужно помнить некоторые простые **правила**:

- 1) Чтобы найти часть от числа, нужно эту часть (дробь) умножить на число.
- 2) Вся величина, от которой берутся проценты, составляет 100%.
- 3) Чтобы избавиться от процентов, нужно перевести их в части, разделив на 100. Например, 20% = 0,2; 75% = 0,75; 150% = 1,5 и т.д.
- 4) Чтобы узнать, на сколько процентов изменилась какая-то величина, нужно из конечного значения вычесть начальное и результат разделить на начальное значение. То, что получится, нужно умножить на 100%.
- 5) Чтобы узнать процентное содержание вещества в растворе, нужно массу вещества разделить на массу раствора и результат умножить на 100%.

Пример 1. Товар подорожал на 30%, а затем подешевел на 30%. Как изменилась цена этого товара?

Решение. Товар подорожал на 30%, то есть стал стоить 130%, что составляет $130:100 = 1,3$ от первоначальной цены. Затем он подешевел на 30%, то есть стал стоить $100\% - 30\% = 70\%$, что составляет $70:100 = 0,7$ от новой цены. Пусть первоначальная цена была x . После подорожания товар стал стоить $1,3x$, а после удешевления $0,7 \cdot 1,3x = 0,91x$. Найдём разницу между начальной и конечной ценой $x - 0,91x = 0,09x$, что составляет $0,09 \cdot 100\% = 9\%$ от начальной цены.

Ответ. Товар подешевел на 9%.

Пример 2. На первом заседании парламента присутствовало 40% от списочного состава депутатов, на втором заседании – 55%. Сколько процентов депутатов присутствовало на обоих заседаниях?

Решение. В этой задаче нельзя дать определённый ответ. Если все присутствующие на первом заседании были и на втором, то на двух заседаниях было 40% депутатов. Если же никто из посетивших

первое заседание не пришёл на второе, то на двух заседаниях было 0% депутатов. Понятно, что пересечением этих групп может быть любое целое число депутатов в промежутке от 0% до 40%.

Пример 3. Сколько нужно взять сливок жирностью 36% и жирностью 18%, чтобы получить 90 кг сливок с содержанием 30% жира?

Решение. Пусть нужно взять x кг сливок жирностью 36%, жира в них содержится $0,36x$ кг. Сливки жирностью 18% нужно взять y кг, в них содержится $0,18y$ кг жира. Всего сливок $x + y = 90$ кг, жира в них будет $0,36x + 0,18y = 0,3 \cdot 90$ кг. Решая полученную систему из двух уравнений, найдём $x = 60$ кг, $y = 30$ кг.

Ответ. Нужно взять 60 кг сливок жирностью 36% и 30 кг сливок жирностью 18%.

После того, как учитель разобрал эти три задачи, можно следующие две задачи дать решить самостоятельно.

Пример 4. Товар подорожал на 10%, а затем ещё на 20%. Как изменилась цена этого товара?

Решение. Новая цена равна $1,1 \cdot 1,2 = 1,32$ от старой цены. Увеличение цены составит $(1,32 - 1) \cdot 100\% = 32\%$.

Ответ. Увеличилась на 32%.

Пример 5. В растворе содержится 15 г сахара, 20 г соли и 165 г воды. Определите, каково процентное содержание соли и сахара в растворе.

Решение. Процентное содержание соли в растворе: $20/(15 + 20 + 165) \cdot 100\% = 10\%$, сахара: $15/(15 + 20 + 165) \cdot 100\% = 7,5\%$.

Ответ: 10% и 7,5%.

Домашнее задание.

1. Какой цифрой оканчивается число: а) 66^{66} ; б) 33^{33} ; в) 7^7 ?
2. В бутылку с 20 г 72%-ой уксусной эссенции добавили 140 г воды, каково процентное содержание уксусной кислоты в получившемся растворе?
3. Магазин продал одному покупателю 25% полотна, второму – 30% остатка, а третьему – 40% нового остатка. Сколько процентов полотна стало?
4. В одном городе Канады 70% жителей знают французский и 80% – английский язык. Сколько процентов жителей знают оба языка?
5. Кузнечик прыгает вдоль прямой на 2 м вправо или влево. Доказать, что он:
 - а) может вернуться в исходную точку только после чётного числа ходов;
 - б) никогда не попадёт в точку, находящуюся на расстоянии в 1 м от начальной.

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ г. Иркутска (МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска)**

Утверждено приказом директора МАОУ Лицея ИГУ
г.Иркутска № 01-06-87/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА
«Решение олимпиадных задач по математике»
для 7 классов
Срок реализации программы 1 год**

Составители программы: Кузьмина В.В., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

**г. Иркутск
2021 год**

Пояснительная записка

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу восьмого и девятого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа

	7 класс
Количество учебных недель	35
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	35

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (отдельный обязательный учебный предмет).

Содержание программы

Раздел 1. Делимость и простые числа (6 часов)

Деление с остатком. Задачи на применение признаков делимости. Общие делители и общие кратные.

Алгоритм Евклида. Теорема о простом делителе. Основная теорема арифметики.

Раздел 2. Уравнения в целых числах и методы их решения (4 часа)

Решение линейных уравнений с двумя переменными.

Раздел 3. Задачи на сложные проценты (4 часа)

Задачи на проценты. Банковские проценты.

Раздел 4. Логические задачи (4 часа)

Решение логических задач составлением таблиц.

Решение логических задач с помощью схем.

Задачи с конечными множествами. Задачи о лгунах.

Раздел 5. Олимпиадные задачи по арифметике (5 часов)

Степень. Степенные выражения. Формулы сокращенного умножения. Нахождение значений выражений на применение формул сокращенного умножения.

Упрощение выражений и вычисление их значений.

Раздел 6. Решение текстовых (сюжетных) задач (5 часов)

Задачи на составление уравнений. Задачи на части. Решение задач на пропорциональное деление, отношение двух чисел.

Задачи на совместную работу. Смешанные задачи.

Раздел 7. Принцип Дирихле и его применение при решении задач (5 часов)

Понятие о принципе Дирихле. Решение простейших задач на применение принципа Дирихле.

Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.

Итоговое занятие (2 час)

Демонстрация презентаций, защита проектов, выполненных учащимися.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Делимость и простые числа	6	
1	Деление с остатком	1	
2	Задачи на применение признаков делимости	1	
3	Общие делители и общие кратные	1	
4	Алгоритм Евклида	1	
5	Теорема о простом делителе	1	
6	Основная теорема арифметики	1	
	Раздел 2. Уравнения в целых числах и методы их решения	4	
7	Линейные уравнения с двумя переменными	1	
8 - 10	Решение линейных уравнений с двумя переменными	3	
	Раздел 3. Задачи на сложные проценты	4	
11	Сложные проценты	1	
12	Задачи на сложные проценты	1	
13	Банковские проценты	1	
14	Контрольный урок		1
	Раздел 4. Логические задачи	4	
15	Решение логических задач составлением таблиц	1	
16	Решение логических задач с помощью схем	1	
17	Задачи с конечными множествами	1	
18	Задачи о лгунах	1	
	Раздел 5. Олимпиадные задачи по арифметике	5	
19	Степень. Степенные выражения	1	
20	Формулы сокращенного умножения.	1	
21	Нахождение значений выражений на применение формул сокращенного умножения	1	
22	Упрощение выражений и вычисление их значений	1	
23	Контрольный урок		1
	Раздел 6. Решение текстовых (сюжетных) задач	5	
24	Задачи на составление уравнений	1	
25	Задачи на части	1	

26	Решение задач на пропорциональное деление, отношение двух чисел	1	
27	Задачи на совместную работу	1	
28	Смешанные задачи.	1	
	Раздел 7. Принцип Дирихле и его применение при решении задач	6	
29	Понятие о принципе Дирихле	1	
30, 31	Решение простейших задач на применение принципа Дирихле	2	
32	Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью	1	
33	Контрольный урок		1
34,35	Защита проектов		2

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

Личностные результаты:

16) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;

17) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

18) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр-примеры;

19) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

20) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении различных комбинаторных и логических задач;

Метапредметные результаты:

16) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

17) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

18) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

19) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

20) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

26) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

27) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

28) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

29) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

30) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

31) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- Различию между примером и доказательством;
- методу доказательства от противного;
- решать простейшие задачи на применение принципа Дирихле;
- использовать основные свойства делимости;
- применять сложные проценты в простейших ситуациях;
- применять основную теорему арифметики;
- строить и применять простейшие логические схемы и таблицы.
- различать основные типы олимпиадных задач по арифметике;
- стандартные способы решения текстовых (сюжетных) задач;
- простейшие методы решения линейных уравнений в целых числах;

Учащийся сможет научиться:

- решать одну и ту же задачу различными методами;
- алгоритму Евклида.
- решать задачи о сложных и банковских процентах;

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Делимость и простые числа

Методическое замечание. На первом занятии по теме «Делимость и простые числа» следует сформулировать и на примерах пояснить основную теорему арифметики, а также вспомнить признаки делимости на 2, 5, 10, 4, 25, 3, 9, 11.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ: *Натуральное число раскладывается на произведение простых множителей единственным образом, с точностью до порядка множителей.*

Пример 1. В таверне было 6 ящиков яблок, масса которых равна соответственно 15, 16, 18, 19, 20 и 31 кг. Две ковбойские фирмы приобрели 5 ящиков, причем одна из них взяла в два раза больше яблок (по массе), чем другая. Какой ящик остался в таверне?

Решение. Поскольку одна фирма купила вдвое больше яблок, чем другая, общая масса купленных яблок должна делиться на 3 (тогда две трети купит первая компания и ещё треть – вторая). Общая масса всех яблок в таверне равна $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$ кг. Осталось определить, какое из чисел 15, 16, 18, 19, 20 и 31 нужно отнять от 119, чтобы получилось число, кратное трём. Нетрудно убедиться, что это может быть только число 20.

Ответ. Ящик массой 20 кг.

Пример 2. Ковбой Джо зашел в бар. Он купил бутылку виски за 3 доллара, трубку за 6 долларов, три пачки табака и девять коробок непромокаемых спичек. Бармен сказал: «С вас 11 долларов 80 центов за всё». Вместо ответа Джо выхватил револьвер. Почему он решил, что его попытаются надуть?

Указание. У всех покупок, которые сделал Джо, либо цена (3 и 6 долларов), либо количество (3 пачки и 9 коробок) делится на 3. Может ли так получиться, что общая стоимость покупки на 3 не делится?

Пример 3. Билл и Джек купили одинаковые револьверы. Билл платил только 3-долларовыми купюрами, а Джек – 4-долларовыми. Общее количество банкнот, которое они отдали, не превосходит 13. Сколько стоит револьвер?

Указание. Так как за револьвер можно заплатить 3-долларовыми купюрами, то его цена делится на 3. Точно так же цена револьвера делится на 4. Значит, цена револьвера делится на 12. Если бы цена была больше 12 долларов, то сколько купюр заплатили бы Билл и Джек?

Ответ. 12 долларов.

Пример 4. Ковбой Билл играл на одноруком бандите. Если выпадают "три семёрки", то он выигрывает 80 долларов, а если "три яблока", то 24 доллара. Любая другая комбинация – проигрыш. Билетик для игры стоит 4 доллара. Однажды он похвастался: "Я начал с 10 долларов, а через час у меня была тысяча!" Могло ли так быть?

Указание. Докажите, что выигрыш Билла обязательно должен делиться на 4. А по его словам, он выиграл 990 долларов.

Пример 5. У ковбоя Билла 180 коров. Сколькими способами он может разделить своё стадо на несколько одинаковых стад?

Указание. Если 180 делится на какое-нибудь число то 180 коров можно разбить на группы по k коров. Посчитайте k , сколько различных делителей у числа 180.

Ответ. 18 способами.

Пример 6. Джо и Джек играют в такую игру: Джек называет три цифры, а Джо должен из них составить однозначное, двузначное или трёхзначное число, делящееся на три. Если это ему удаётся, Джек отдаёт 12 долларов, а если нет, Джо отдаёт 1000 долларов. За кого бы вы играли в эту игру?

Решение. Постараемся найти три цифры, которые бы подошли Джеку. Эти цифры не должны делиться на 3. Значит, их остатки при делении на 3 равны либо 1, либо 2. Если у всех трёх чисел остатки одинаковые, то любое трёхзначное число, составленное из этих цифр, делится на 3. (Почему?) Если же у двух из них остатки разные, то, любое двузначное число, составленное из этих двух цифр, делится на 3. (Почему?)

Ответ. Из любых трёх цифр можно составить либо одно-, либо двух-, либо трёхзначное число, которое делится на 3. Так что лучше играть за Джо.

Пример 6. В банк Сакраменто можно положить за один раз 120 долларов или снять 300 долларов. У Билла есть 1000 долларов. Какую максимальную сумму он может положить в банк за несколько визитов?

Указание. Числа 300 и 120 делятся на 60, значит, сумма, которую можно положить в банк, тоже делится на 60. Наибольшее такое число, меньшее 1000, равно 960. Поэтому больше 960 долларов Билл в банк положить не сможет. Однако, то, что 960 долларов положить можно, ещё не доказано. Покажем цепочку визитов Билла в банк, приводящих к указанной сумме: $120*5 - 300 + 120*5 - 300 + 120*3 = 960$. Возможны и другие решения.

Ответ. 960 долларов.

Пример 7. Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Сегодня у Робинзона *тяжёлый день*: он должен делать все эти три дела. Когда у Робинзона будет следующий *тяжёлый день*?

Решение. Поскольку Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты, а каждый пятый день ходит на охоту, промежуток между двумя тяжёлыми днями должен состоять из числа дней, кратного 2, 3 и 5. Нас интересует следующий тяжёлый день, поэтому нужно выбрать наименьшее из таких чисел. Это число $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 = \text{НОК}(2, 3, 5)$.

Ответ. Через 30 дней.

Пример 8. Вершины тысячеугольника занумерованы по порядку числами от 1 до 1000. Банкир Джон отмечает каждую пятнадцатую вершину, начиная с первой (то есть вершины с номерами 1, 16, 31, 46 и т.д.). Так он делает до тех пор, пока не дойдёт до уже отмеченной вершины. Сколько вершин тысячеугольника останутся неотмеченными?

Решение. Будем выписывать номера отмеченных вершин. Первые из них делятся на 15 с остатком 1: это 1, 16, 31, ..., 991. Дальше будет 6 и другие номера, делящиеся на 15 с остатком 6: это 6, 21, 36, ..., 996. Дальше будет 11 и другие номера, делящиеся на 15 с остатком 11: это 11, 26, 41, ..., 986. А потом – снова 1, и больше никакие вершины отмечены не будут. Если аккуратно посчитать (проделайте это!), отмеченных вершин получится 200 штук, а неотмеченных – 800.

Ответ. 800.

Домашнее задание

1. Докажите, что число, в десятичной записи которого участвуют три единицы и несколько нулей, не может быть квадратом.
2. Существуют ли такие три числа, что их попарные наибольшие общие делители равны 1, 2 и 3?
3. Допишите к числу 523... три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8 и 9. Сколько всего таких чисел существует?
4. Вася берёт любое трёхзначное число, вычитает из него число, записанное теми же цифрами в обратном порядке и утверждает, что разность делится на 9. Прав ли он?
5. Настя заметила, что $555 \cdot 37$ и $777 \cdot 37$. Сформулируйте общее утверждение и докажите его.

Задачи для самостоятельного решения

1. а) Маша показывает такой фокус: ей называют любое трёхзначное число, она приписывает к нему такое же, а потом в уме за секунду делит получившееся шестизначное число на 1001. Как она это делает?
б) Саша заметила, что все шестизначные числа Маши делятся на 7. Почему? На какие ещё два простых числа они делятся? Найдите как можно больше делителей.
2. Мама послала Васю в магазин купить кефира по 22 руб. насколько хватит денег. На сдачу Вася хочет купить себе леденцов по 5 руб. На какое наибольшее количество леденцов он может рассчитывать?
3. Коля заметил, что числа 11, 1001, 100001 делятся на 11. Сформулируйте и докажите общую закономерность.
4. Петя заметил, что число a^5 оканчивается на ту же цифру, что и a . Для всех ли натуральных чисел это верно? В каких системах счисления это верно? Для каких ещё степеней это верно?

5. Вася взял большое число. С помощью признака делимости на 3 он проверил, что число делится на 3. Далее с помощью признака делимости на 9 он проверил, что это число делится на 9. Отсюда он сделал вывод, что это число делится на 27. Прав ли Вася?
6. Коля считает, что если число делится на 27, то и сумма его цифр делится на 27. Петя считает, что верно обратное утверждение. Правы ли они?

2. Уравнения в целых числах и методы их решения

Пример 1. Расстояние между двумя населёнными пунктами А и Б равно 65 км. Пешеход вышел из А в Б ровно в 12 часов. Через час из пункта Б в А выехал велосипедист. Ровно через 3 часа, как выехал велосипедист, они встретились. Вычислите скорости пешехода и велосипедиста.

Решение. Сначала составим математическую модель этой ситуации:

1. Обозначим скорость пешехода через x , а скорость велосипедиста через y .
2. Путь, который прошел пешеход, равен $4x$.
3. Путь, который проехал велосипедист, равен $3y$.
4. Составляем математическое выражение:

$$4x + 3y = 65$$

или

$$4x + 3y - 65 = 0.$$

В данном случае, если взять пару чисел 5 и 15, получаем верное равенство. Действительно, при подстановке в уравнение получаем:

$$4 \cdot 5 + 3 \cdot 15 - 65 = 0.$$

Ещё говорят, что числа 5 и 15 удовлетворяют уравнению.

Пример 2. На складе имеются гвозди в ящиках по 16, 17 и 40 кг. Может ли кладовщик выдать 100 кг. гвоздей, не вскрывая ящиков?

Решение. Пусть ящиков по 16 кг будет x штук, по 17 кг – y штук, по 40 кг – z штук. Всего выдано 100 кг, отсюда уравнение:

$$16x + 17y + 40z = 100.$$

Ящиков по 40 кг не может быть больше двух, ибо $40 \cdot 3 = 120$, это больше чем надо. И два тоже быть не может, ибо $40 \cdot 2 = 80$, $100 - 80 = 20$, а 20 кг можно набрать, только вскрыв, хотя бы один ящик. Может быть, взять один ящик по 40 кг, а оставшиеся 60 кг набрать, комбинируя ящики по 16 и 17 кг: если взять один ящик 17 кг., то останется 43 кг и набрать по 16 кг невозможно, если взять 2 ящика по 17 кг, то $60 - 17 \cdot 2 = 26$ и целых ящиков по 16 кг не получится, если же взять 3 ящика по 17 кг, то останется 9 кг., которые придется выдавать, вскрыв какой-нибудь ящик. Получается, что ящики по 40 кг нам вовсе не нужны. Если задача имеет решение, то комбинировать придется ящики только по 16 и 17 кг. Значит, получается уравнение:

$$16x + 17y = 100,$$

решая которое методом полного перебора возможных вариантов, находим решение (2,4).

Ответ: да, может – 4 ящика по 17 кг и 2 ящика по 16 кг.

Пример 3. В загоне находятся одноглавые сороконожки и трехглавые змеи. Всего у них 298 ног и 26 голов. Сколько ног у трехглавых змей?

Решение. Обозначим за x число сороконожек, а за y – трехглавых змей, тогда голов $3y + x = 26$.

Пусть z – количество ног у одного змея, тогда всего ног $z y + 40 x = 298$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 3y + x = 26, \\ yz + 40x = 298. \end{cases}$$

Ответ: у трехглавого змея 14 ног.

Пример 4. На 50 рублей куплено 100 штук разных фруктов. Цены на фрукты таковы: 5 руб.; яблоки, штука – 1 руб.; сливы, штука – 10 коп. Сколько фруктов каждого рода было куплено?

Решение. Обозначив число арбузов за x , яблок через y и слив через z , составляем два уравнения:

$$\begin{cases} 500x + 100y + 10z = 5000, \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

Вычтя из первого уравнения, деленного на 10, второе, получим одно уравнение с двумя неизвестными:

$$49x + 9y = 400.$$

Дальнейший ход решения таков:

$$y = \frac{400 - 49x}{9} = 44 - 5x + \frac{4(1-x)}{9} = 44 - 5x + 4t,$$

$$t = \frac{1-x}{9}, x = 1 - 9t.$$

$$y = 44 - 5(1 - 9t) + 4t = 39 + 49t.$$

Из неравенств $1 - 9t > 0$ и $39 + 49t > 0$ устанавливаем, что $-\frac{39}{49} < t < \frac{1}{9}$ и, следовательно, $t = 0$. Поэтому $x = 1$, $y = 39$. Подставив эти значения x и y во второе уравнение, получаем: $z = 60$. Итак, куплены были 1 арбуз, 39 яблок, 60 слив.

Ответ: 1 арбуз, 39 яблок, 60 слив.

Домашнее задание

1. Решите уравнение $3x + 5y = 7$ в целых числах.
2. Найдите все целые решения уравнения $3x - 12y = 7$.
3. Фишка стоит на одном из полей бесконечной в обе стороны клетчатой полоски бумаги. Она может сдвигаться на m полей вправо или на n полей влево. При каких m и n она сможет переместиться в соседнюю справа клетку? За какое наименьшее число ходов она сможет это сделать?
4. В клетке сидят кролики и фазаны. Всего у них 18 ног. Узнать сколько в клетке тех и других. Укажите все решения.
5. Решите в натуральных числах уравнение $5x + 8y = 39$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Имеются контейнеры двух видов: по 130 кг и 160 кг. Сколько было контейнеров первого и сколько второго вида, если вместе они весят 3 тонны? Указать все решения.
2. У осьминога 8 ног, а у морской звезды 5. Сколько в аквариуме тех и других, если всего у них 39 ног?
3. Решите в целых числах уравнение $5x - 7y = 3$.
4. Решите в целых числах уравнение $3x - 4y = 1$.

3. Задачи на сложные проценты

Задачи «на проценты», пожалуй, единственный «подарок» математикам от бухгалтеров. Поэтому для успешного решения таких задач нужно помнить некоторые простые **правила**:

- 4) Чтобы найти часть от числа, нужно эту часть (дробь) умножить на число.
- 5) Вся величина, от которой берутся проценты, составляет 100%.
- 6) Чтобы избавиться от процентов, нужно перевести их в части, разделив на 100. Например, $20\% = 0,2$; $75\% = 0,75$; $150\% = 1,5$ и т.д.
 - б) Чтобы узнать, на сколько процентов изменилась какая-то величина, нужно из конечного значения вычесть начальное и результат разделить на начальное значение. То, что получится, нужно умножить на 100%.
 - 7) Чтобы узнать процентное содержание вещества в растворе, нужно массу вещества разделить на массу раствора и результат умножить на 100%.

Пример 1. За весну Обломов похудел на 25%, за тем за лето прибавил в весе 20%, за осень похудел на 10%, а за зиму прибавил 20%. Похудел или поправился Обломов за год?

Решение. Если принять за x начальный вес Обломова, то к концу весны Обломов весил $0,75x$, к концу лета – $1,2 \cdot 0,75x$, к концу осени – $0,9 \cdot 1,2 \cdot 0,75x$, а к концу года – $1,2 \cdot 0,9 \cdot 1,2 \cdot 0,75x = 0,972x < x$.

Ответ: Похудел.

Пример 2. Вкладчик открыл в банке счет и положил на него $S_0 = 150000$ рублей сроком на 4 года под простые проценты по ставке 18% в год. Какой будет сумма S_4 , которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года? Чему равен коэффициент наращивания?

Решение. В нашем случае $S_0 = 150\,000$, $p = 18$, $n = 4$. По формуле $S_n = S_0 \cdot (1 + n p / 100)$ рублей имеем $S_4 = 150\,000 (1 + 18 \cdot 4 / 100) = 258\,000$ рублей.

За 4 года вклад увеличился на $108\,000$ рублей = $258\,000$ рублей – $150\,000$ рублей. Коэффициент наращивания по формуле $S_n / S_0 = 1 + n p / 100$ равен $S_4 / S_0 = 1,72$. Он показывает, что за 4 года первоначальный вклад S_0 увеличился в 1,72 раза.

Пример 3. Какую годовую ставку простых процентов выплачивает банк, если вклад 12 000 рублей через 3 года достиг величины 14 160 рублей? Определите коэффициент наращивания.

Решение. По условию, $S_0 = 12\,000$, $S_3 = 14\,160$, $n = 3$. Из соотношения $S_n = S_0 \cdot (1 + n p / 100)$ рублей имеем $p = (S_3 / S_0 - 1) \cdot 1000 / n$. Подставляем в полученное выражение заданные значения, вычисляем результат: $p = 5,9$, т.е. $p = 6\%$. Коэффициент наращивания равен $S_3 / S_0 = 1,18$.

Пример 4. Сберкасса выплачивает 3% годовых. Во сколько раз увеличится величина вклада через 2 года?

Решение. Пусть величина вклада составляет S_0 руб. Тогда через 2 года эта величина станет равной $S_2 = S_0 (1 + p / 100)^2 = (1,03)^2 S_0 = 1,0609 S_0$.

Ответ. В 1,0609 раза.

Пример 5. Выработка продукции за год работы предприятия возросла на 4%. На следующий год она увеличилась на 8%. Определить средний ежегодный прирост продукции за этот период.

Решение. Обозначим средний ежегодный прирост продукции через $q\%$. Тогда

$$(1 + 4 / 100) (1 + 8 / 100) = (1 + q / 100)^2.$$

Отсюда находим $q = \sqrt{(104 \times 108)} - 100 \approx 5,98$.

Пример 6. Выработка продукции за первый год работы предприятия возросла на $p\%$, а за следующий год по сравнению с первоначальной она возросла на 10% больше, чем за первый год. Определить, на сколько процентов увеличилась выработка за первый год, если известно, что за два года она увеличилась в общей сложности на $48,59\%$?

Решение. За первый год выработка возросла в $(1 + p / 100)$ раз по сравнению с первоначальной, за второй год – в $(1 + (p + 10) / 100)$ раз по сравнению с началом второго года и в $(1 + p / 100)(1 + (p + 10) / 100)$ по сравнению с первоначальной и составила $1,4859$:

$$(1 + p / 100)(1 + (p + 10) / 100) = 1,4859.$$

Отсюда $p = 17\%$.

Пример 7. В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года стал выпускать ежемесячно 726 изделий.

Решение. Пусть x – процент прироста продукции. Тогда после первого увеличения

Выпуск возрастет в $(1 + x)$ раз, после второго – во столько же. То есть

$$600(1 + x)(1 + x) = 726$$

Отсюда $x = 10\%$.

Пример 8. В оленеводческом совхозе стадо увеличивается в результате естественного прироста и приобретения новых оленей. В начале первого года стадо составляло 3000 голов, в конце года совхоз купил 700 голов. В конце второго года стадо составляло 4400 голов. Определить процент естественного прироста.

Решение. Пусть x – процент естественного прироста. Тогда в конце 1-го года в стаде станет $3000(1 + x / 100) + 700$ оленей. За второй год число оленей увеличится в $(1 + x / 100)$ раз по сравнению с началом года и станет 4400 .

$$(3000(1 + x / 100) + 700)(1 + x / 100) = 4400.$$

Отсюда $x = 10\%$.

Домашнее задание

1. Банк выдал ссуду на сумму $10\,000$ р. клиенту А на срок 2 месяца, затем деньги, полученные от клиента А, клиенту В на срок 3 месяца, деньги, полученные от клиента В, выдал клиенту С на 5 месяцев и, наконец, полученные от клиента С – клиенту D на 2 месяца. Все ссуды были даны под 45% годовых. Какую сумму вернет банку клиент D (с точностью до 1 р.) и под какую реальную процентную ставку банк осуществлял свои операции?
2. Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40% . К концу следующего года накоплена сумма в $1,44$ раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?
3. Предприниматель внес в Стройбанк некоторую сумму под определенный процент годовых. Через год $2/5$ накопленной суммы он пожертвовал на развитие школы. Банк увеличил процент годовых на 15% , и еще через год накопленная сумма превысила первоначальный вклад на $13,1\%$. Каков новый процент годовых?
4. Фермер взял кредит в банке под определенный процент. На следующий год банк повысил процент кредита втрое, поэтому фермер вернул $2/3$ всей задолженности за первый год. Через

два года долг фермера составил 64% от первоначальной взятой суммы. Сколько процентов банк берет за кредит на второй год?

5. Коммерсант перечислил некоторую сумму в банк под определенный процент годовых. Через год он снял $\frac{1}{3}$ от накопленной суммы за год. Процент годовых банка на следующий год был увеличен вдвое, поэтому еще через год накопленная сумма увеличилась на 68% от первоначального вклада. Чему равен первоначальный процент годовых?

Задачи для самостоятельного решения

1. Вкладчик внес некоторую сумму в сбербанк под определенный процент годовых. Через год он взял половину получившейся суммы и переложил ее в коммерческий банк, процент годовых которого в 32 раза выше, чем в сбербанке. Еще через год сумма вкладчика в коммерческом банке превысила первоначальную сумму на 4%. Каков процент годовых в сбербанке?

2. Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

3. В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

4. Вкладчику через его сбережения через год банк начислил 6000 рублей процентных денег. Добавив 44 000 рублей, вкладчик оставил деньги еще на год. По истечении года вновь было произведено начисление процентов, и теперь вклад вместе с процентами составил 257, % тысяч рублей. Какая сумма положена в банк первоначально и сколько % начисляет банк?

5. Две суммы денег, всего 500 000 руб. положены в банк под 3% годовых. Каждая из них дала 6000 руб. дохода, причем первая сумма находилась в банке на 4 месяца дольше, чем вторая. Как велика каждая сумма и на какой срок она положена, если ни одна из них не находилась в банке более одного года?

4. Логические задачи

4.1. Решение логических задач составлением таблиц

Пример 1. Три друга: Арбузов, Виноградов и Огурцов встретились на рынке, куда пришли за покупками. Купивший арбуз сказал Виноградову: «Любопытно, что один из нас купил арбуз, другой – виноград, а третий огурцы, но ни у кого покупка не соответствует фамилии». Что купил каждый из беседующих?

Решение. Для решения задачи воспользуемся таблицей. По условию задачи Арбузов не покупал арбуз, Виноградов не покупал виноград, а Огурцов купил не огурцы. Это позволяет поставить знак «—» в соответствующих клетках. Кроме того, по условию Виноградов не покупал арбуз, и, значит, в клетке на пересечении строки «Виноградов» и столбца «арбуз» также нужно поставить знак «—».

Фамилия \ покупка	арбуз	виноград	огурцы
-------------------	-------	----------	--------

Арбузов	–		
Виноградов	–	–	
Огурцов			–

Из таблицы следует, что только Огурцов мог купить арбуз, а Виноградов – только огурцы. Поставим знак плюс в соответствующих клетках. Очевидно, что Арбузов купил виноград.

Фамилия \ покупка	арбуз	виноград	огурцы
Арбузов	–	+	–
Виноградов	–	–	+
Огурцов	+	–	–

Использование таблицы помогло наглядно оформить решение задачи.

Ответ: Огурцов купил арбуз, Виноградов - огурцы, а Арбузов купил виноград.

Пример 2. Три матрешки – одеты в синий, красный и зеленый сарафаны и платки этих же цветов. Известно, что только у Маши цвет сарафана и платка совпадают. Ни сарафан, ни платок Глаши не синие. Фрося была в зеленом сарафане. Определите цвет сарафана и платка у каждой из матрешек.

Решение. Для решения задачи воспользуемся таблицей

Имя	Цвет сарафана			Цвет платка		
	синий	красный	зеленый	синий	красный	зеленый
Маша	+	–	–	+	–	–
Глаша	–	+	–	–	–	+
Фрося	–	–	+	–	+	–

Так как Фрося была в зеленом сарафане, то обозначим это знаком «+» в таблице и отметим, что сарафан у неё не может быть красным и синим, а платок не может быть зеленый (соответственно знак «–»). У Маши и Глаши в столбце «цвет сарафана зеленый» ставим знак «–». Так как ни сарафан, ни платок Глаши не были синие, то в соответствующих клетках ставим знак «–». Теперь видно, что у Глаши сарафан красный, а у Маши синий. Так мы установили цвета сарафанов матрешек. При этом, учитывая условие задачи, мы делаем вывод, что у Маши платок синий, у Фроси не зеленый и не синий, значит – красный. Следовательно, у Глаши платок зеленый.

Ответ: Маша была в платке и сарафане синего цвета, Глаша в красном сарафане и зеленом платке, а Фрося в зеленом сарафане и красном платке.

Пример 3. В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что: 1. Смит самый высокий; 2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте; 3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу; 4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их; 5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое. На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют. Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе, а из условий 3 и 5, что Браун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструменты Брауна – альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит			0	0		
Вессон			0	0		

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки "Вессон" можно заполнить нулями:

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Из таблицы видно, что на флейте и на гобое может играть только Смит.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0	1	0	0	1	0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Ответ: Браун играет на альте и кларнете, Смит – на флейте и гобое, Вессон – на скрипке и трубе.

Пример 4. Три одноклассника – Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего – регби. Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра – единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги. Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен. Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.

Решение. Здесь исходные данные разбиваются на тройки (имя – профессия – увлечение). Из слов Юры ясно, что он не увлекается туризмом и он не врач. Из слов врача следует, что он турист.

Имя	Юра		
-----	-----	--	--

Профессия		врач	
Увлечение		турист	

Буква "а", присутствующая в слове "врач", указывает на то, что Влад тоже не врач, следовательно врач – Тимур. В его имени есть буквы "т" и "р", встречающиеся в слове "туризм", следовательно второй из друзей, в названиях профессии и увлечения которого не встречается ни одна буква его имени – Юра. Юра не юрист и не регбист, так как в его имени содержатся буквы "ю" и "р". Следовательно, окончательно имеем:

Имя	Юра	Тимур	Влад
Профессия	физик	врач	юрист
Увлечение	бегун	турист	регби

Ответ. Влад – юрист и регбист, Тимур – врач и турист, Юра – физик и бегун.

Пример 5. Три дочери писательницы Дорис Кей – Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств – пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго. Известно, что: 1. Джуди живет не в Париже, а Линда – не в Риме; 2. парижанка не снимается в кино; 3. та, кто живет в Риме, певица; 4. Линда равнодушна к балету. Где живет Айрис, и какова ее профессия?

Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия 1 и 4, заполнив клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание:

Париж	Рим	Чикаго		пение	балет	кино
0			Джуди			
			Айрис			
	0		Линда		0	

Так как Линда живет не в Риме, то, согласно условию 3, она не певица. В клетку, соответствующую строке "Линда" и столбцу "Пение", ставим 0.

Париж	Рим	Чикаго		пение	балет	кино
0			Джуди			
			Айрис			
	0		Линда	0	0	

Из таблицы видно, что Линда киноактриса, а Джуди и Айрис не снимаются в кино.

Париж	Рим	Чикаго		пение	балет	кино
0			Джуди			0
			Айрис			0
	0		Линда	0	0	1

Согласно условию 2, парижанка не снимается в кино, следовательно, Линда живет не в Париже. Но она живет и не в Риме. Следовательно, Линда живет в Чикаго. Так как Линда и Джуди живут не в Париже, там живет Айрис. Джуди живет в Риме и, согласно условию 3, является

певицей. А так как Линда киноактриса, то Айрис балерина. В результате постепенного заполнения получаем следующую таблицу:

Париж	Рим	Чикаго		пение	балет	кино
0	1	0	Джуди	1	0	0
1	0	0	Айрис	0	1	0
0	0	1	Линда	0	0	1

Ответ. Айрис балерина. Она живет в Париже.

Домашнее задание

1. Три девочки – Роза, Маргарита и Анюта представили на конкурс цветоводов корзины выращенных ими роз, маргариток и анютиных глазок. Девочка, вырастившая маргаритки, обратила внимание Розы на то, что ни у одной из девочек имя не совпадает с названием любимых цветов.

Какие цветы вырастила каждая из девочек?

2. Пятеро одноклассников: Ирена, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим стали победителями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии.

Известно, что:

- Победитель олимпиады по информатике учит Ирену и Тимура работе на компьютере;
- Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой;
- Тимур всегда побаивался физики;
- Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием;
- Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике;
- Ирена сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу.

Победителем какой олимпиады стал каждый из этих ребят?

3. Серафима, Софья, Назар, Прокофий и Никита – родственники. Кем, вероятнее всего, Никита может приходится Серафиме, если известно, что:

- Серафима – сестра Софьи;
- Назар – сын Прокофия;
- Софья – тетя Назара;
- Прокофий – дядя Никиты.

4. Даша, Лиля, Лариса, Сережа и Вера надували для праздника разноцветные шары. У троих ребят получились синие круглые шары, у двоих – зеленые продолговатые. Кто из ребят надувал синие шары, если известно, что:

- Сережа и Лариса надували шары разного цвета;
- У Даши и Лили получились шары разной формы;
- У Лили и Ларисы выходили шары разной формы;
- Вера и Сережа старались надуть шары одного цвета.

5. Три подруги Белова, Желтова и Краснова пришли в школу. На одной из них было жёлтое платье, на другой – красное, на третьей – белое. Девочка в белом платье говорит Желтовой: «Нам надо поменяться платьями, а то у всех троих цвет платьев не соответствует фамилиям». Кто в какое платье был одет?

Задачи для самостоятельного решения

1. Друзья Алёша, Боря и Витя учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на автобусе, другой – на трамвае, третий – на троллейбусе. Однажды после уроков Алёша пошёл проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проезжал троллейбус, третий друг крикнул из окна: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!» Кто на чём ездит?

2. Четыре футбольных команды: итальянская команда «Милан», испанская – «Реал», российская – «Зенит», английская – «Челси» встретились в групповом этапе лиги чемпионов по футболу. Их тренировали тренеры из этих же четырех стран: итальянец Антонио, испанец Родриго, русский Николай, англичанин Джон. Известно, что национальность у всех четырех тренеров не совпадала с национальностью команд. Требуется определить тренера каждой команды, если известно:

а) Зенит не тренируется у Джона и Антонио;

б) Милан обещал никогда не брать Джона главным тренером.

3. На новогодний праздник три друга – Евгений, Николай, Алексей, выбрали себе костюмы трех богатырей: Ильи Муромца, Алеши Попович, Добрыни Никитича. Известно, что:

·– Евгений – самый высокий.

·– Выбравший костюм Добрыни Никитича меньше ростом, чем выбравший костюм Ильи Муромца.

·– Алексею не подошел костюм Добрыни Никитича.

·– Ни у одного из друзей имена не совпадают с именем богатырей, выбранных костюмов.

Какой костюм выбрал каждый из друзей?

4. В небольшом городке жили пять друзей Иванов, Петров, Серов, Зуев и Асеев. Профессии у них: маляр, мельник, плотник, актер, парикмахер. Петров и Зуев никогда не держали в руках малярной кисти. Иванов и Зуев собираются посетить мельницу, на которой работает их товарищ. Петров и Иванов живут в одном доме с актером. Иванов и Серов каждое воскресенье играют в городки с плотником и маляром. Петров брал билеты на футбол для себя и для мельника. Кто кем был?

4.2. Решение логических задач с помощью схем

Пример 1. Аня и Таня имеют фамилии Строгова и Добрынина. Какую фамилию имеет каждая из девочек, если известно, что Таня и Добрынина – одноклассницы?

Решение. Запишем условие:

1. Даны имена девочек: Аня и Таня. Обозначим их символьными переменными А и Т соответственно и запишем в графу «Дано».

2. Даны фамилии девочек: Строгова и Добрынина. Обозначим их символьными переменными С и Д соответственно и запишем в графу «Дано: ».

3. В графе «Рассуждения» запишем в первый столбик символьные переменные, соответствующие именам, а во второй – символьные переменные, соответствующие фамилиям.

4. В задаче требуется узнать, какую фамилию имеет каждая девочка; запишем этот вопрос в графу «Надо».

Дано:	Рассуждения:	
Аня (А)	А	Д
Таня (Т)		
Добрынина (Д)	Т	С
Строгова (С)		
Надо:		

Кто какую фамилию имеет?

Анализируем условие задачи и строим рассуждения, отмечая выводы на схеме:

1. Таня не Добрынина (по условию). (Покажем на схеме пунктирной линией отсутствие соответствия между переменными Т и Д.) Значит, Таня – Строгова (по доказательству). (Покажем на схеме сплошной линией соответствие между переменными Т и С.)
2. Так как Таня – Строгова (по доказательству), значит, Аня не Строгова. (Покажем на схеме пунктирной линией отсутствие соответствия между символическими переменными А и С.)
3. Так как Аня – не Строгова (по доказательству), значит, Аня – Добрынина. (Покажем сплошной линией соответствие между символическими переменными А и Д.)
4. Итак, рассуждая, приходим к выводу: Таня имеет фамилию Строгова, а Аня – Добрынина. Записываем решение в тетради:

Дано: Аня (А) Таня (Т) Добрынина (Д) Строгова (С)	Рассуждения: 1. Так как Таня не Добрынина (по условию), значит, Таня – Строгова. 2. Так как Таня – Строгова (по доказательству), значит, Аня не Строгова. 3. Так как Аня не Строгова (по доказательству), значит, Аня – Добрынина.
Надо: Кто какую фамилию имеет?	Ответ: Таня – Строгова, а Аня – Добрынина.

Пример 2. Света и Наташа имеют фамилии Иванова и Петрова. Какую фамилию имеет каждая девочка, если Света и Иванова живут в соседних домах?

Дано: Света (С) Наташа (Н) Иванова (И) Петрова (П)	Рассуждения: 1. Так как Света не Иванова (по условию), значит, Света – Петрова. 2. Так как Света – Петрова (по доказательству), значит, Наташа не Петрова. 3. Так как Наташа не Петрова (по доказательству), значит, Наташа Иванова.
Надо: Кто какую фамилию имеет?	Ответ: Света имеет фамилию Петрова, а Наташа – Иванова.

Пример 3. Серёжа и Костя имеют фамилии Белов и Чернов. Какую фамилию имеет каждый из ребят, если Серёжа на два года старше Белова?

Дано: Серёжа (С) Костя (К) Белов (Б) Чернов (Ч)	Рассуждения: 1. Так как Серёжа не Белов (по условию), значит, Серёжа – Чернов. 2. Так как Серёжа – Чернов, (по доказательству), значит, Костя не Чернов. 3. Так как Костя не Чернов, (по доказательству), значит, Костя Белов.
Надо: Кто какую фамилию имеет?	Ответ: Серёжа имеет фамилию Чернов, а Костя Белов.

Домашнее задание

1. Галя, Юля и Оля пришли на праздничный утренник в платьях разных цветов – жёлтом, синем и розовом. Галя была не в жёлтом, Юля – не в жёлтом и не в розовом. В платье какого цвета была каждая из девочек?
2. В квартирах №№ 1, 2, 3 живут три котёнка – белый, чёрный, рыжий. В квартирах №№ 1 и 2 живут не чёрные котятки. Белый котёнок живёт не в квартире № 1. В какой квартире какой котёнок живёт?
3. Жили-были три поросёнка – Ниф-Ниф, Наф-Наф, Нуф-Нуф. Решили они построить на зиму домики: один – из соломы, другой – из веток, третий – из камня. Кто какой домик построил, если известно, что Ниф-Ниф построил домик не из веток и не из камня, Наф-Наф построил домик не из веток?
4. Сидели как-то на берегу реки три школьных товарища и вели неторопливую беседу. Фамилия одного из этих ребят – Токарев, второго – Слесарев, а третьего – Плотников. Отец одного из школьников работает плотником, второго – токарем, третьего – слесарем.
 - Интересно, сказал мальчик, отец которого был слесарем, – что ни один из наших отцов не работает по той специальности, от которой произошла его фамилия.
 - А ты ведь прав, – подтвердил после раздумий Плотников.Кем работают отцы ребят?

Задачи для самостоятельного решения

1. Четыре брата – Юра, Петя, Володя и Коля – учатся в первом, во втором, в третьем и в пятом классах. Историю начинают изучать с пятого класса. Петя учится только на «4» и «5», а младшие братья стараются брать с него пример. Володя уже изучает историю. Юра помогает решать задачи младшему брату. Кто из них в каком классе учится?
2. Эдик, Вася, Андрей и Миша заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, какие они заняли места, мальчики ответили честно:
 - Эдик не занял ни первое и ни третье место;
 - Вася занял второе место;
 - Андрей не проиграл Мише.Какие места заняли мальчики?
3. Гонщики приехали на авторалли на своих машинах. У Игоря машина красная, у Пети – не черная, не синяя, не голубая, у Миши есть черная и синяя машины, у Алексея есть машины всех перечисленных цветов, у Бори есть машины белого и синего цветов. У кого какого цвета машина, если все юноши были на машинах разного цвета?
4. Юра, Коля, Саша и Дима делали модели. Двое делали модели из дерева, а двое – из картона. Коля и Дима делали модели из разного материала. Юра делал модель не из картона. Дима делал модель из картона. Получились три модели самолетов и одна модель корабля. Коля не делал модель самолета. Какую модель и из какого материала делал каждый из мальчиков?

4.3. Задачи с конечными множествами

Пример 1. Капроновый шнур длиной 30 см разрезали на 3 части. Причем одна из них на 1 см больше другой и на 1 см меньше третьей. Найди длину каждой части.

Решение. Если капроновый шнур разрезать на 3 одинаковые части, то каждая часть будет равна $30 : 3 = 10$ см. Но одна из частей больше другой на 1 см. Если одна часть равна 10 см, то другая $10 + 1 = 11$ см, а третья $10 - 1 = 9$ см.

Ответ: 10 см; 9 см; 11 см.

Пример 2. В семье четверо детей. Им 5, 8, 13, 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на три?

Решение. Найдем сначала возраст Бори. Так как в детский сад ходит девочка, то это не Боря. Тогда Боре больше 5 лет.

Так как Аня старше Бори, то Боре не может быть 15 лет. А так как сумма лет Ани и Веры делится на три, то, учитывая возраст детей в семье, это может быть в следующих случаях:

1) одной девочке 5 лет, а другой 13 лет; 2) одной девочке 8 лет, а другой 13 лет.

В обоих случаях одной девочке 13 лет. Следовательно, Боре не 5, не 15 и не 13 лет. Тогда **Боре 8 лет.**

Установим теперь возраст каждой девочки. Так как сумма лет Ани и Веры кратна трем, а Боре 8 лет, то возможен лишь один случай: девочкам 5 и 13 лет. А так как по условию Аня старше Бори, то **Ане 13 лет. Тогда – Вере 5 лет, а Гале 15 лет.**

Ответ: Гале 15 лет, Ане 13 лет, Боре 8 лет, а Вере 5 лет.

Пример 3. Пять богатырей Земель Русских: Алеша Попович, Илья Муромец, Добрыня Никитич, Святогор Великий, Никита Кожемяка решили вызвать на поединок Змея Горыныча. Чтобы установить очередность участия в поединке, богатыри бросили жребий. Оказалось, что Алеша будет биться раньше Ильи, но позже Никиты. Добрыня и Никита не будут биться один за другим. Святогор в очереди на битву не стоит рядом ни с Никитой, ни с Алешей, ни с Добрыней. В каком порядке богатыри договорились биться со Змеем Горынычем?

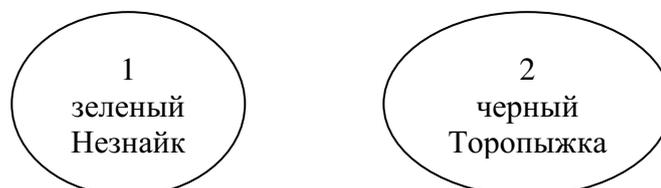
Решение. По условию задачи: в очереди на битву три богатыря стоят в следующем порядке: Никита, Алеша, Илья. Поэтому необходимо установить места Добрыни и Святогора в очереди. Но по условию задачи Святогор не находится рядом ни с Никитой, ни с Алешей, ни с Добрыней. Это возможно лишь в случае, когда Святогор стоит за Ильей, а остальные богатыри стоят перед Ильей. Теперь нужно установить место Добрыни среди четырех богатырей, стоящих в порядке: Никита, Алеша, Илья, Святогор. Так как по условию Добрыня не может стоять ни перед Никитой, ни после него, ни перед Святогором, ни после него, то единственным местом, где может стоять Добрыня, является место между Алешей и Ильей. Таким образом, богатыри стоят в очереди в следующем порядке: Никита, Алеша, Добрыня, Илья, Святогор.

Ответ: Никита, Алеша, Добрыня, Илья, Святогор.

Пример 4. В Цветочном Городе, став в кружок, беседуют четверо коротышек: Шпунтик, Винтик, Незнайка и Торопыжка. Так как дело было перед балом, то все были одеты в красивые фраки.

Коротышка в зеленом фраке (не Шпунтик и не Винтик) стоит между коротышкой в голубом фраке и Торопыжкой. Коротышка в белом фраке стоит между коротышкой в черном фраке и Винтиком. Какого цвета фрак у каждого из коротышек?

Решение. Будем обозначать места расположения коротышек в кружке овалами, занумеровав их по часовой стрелке.





Предположим, что в овале 1 стоит коротышка в зеленом фраке. По условию задачи это не Шпунтик, не Винтик и не Торопыжка. Значит, в зеленом фраке Незнайка.

Но по тому же условию задачи Незнайка стоит между коротышкой в голубом фраке и Торопыжкой. Не нарушая общности задачи, будем считать, что в овале 4 находится коротышка в голубом фраке, а в овале 2 стоит Торопыжка.

Предположим, что в овале 2 коротышка в белом фраке (это Торопыжка), но тогда в овале 1 должен стоять либо Винтик, либо коротышка в черном фраке, что противоречит доказанному выше. Значит, коротышка в белом фраке стоит в овале 3. При этом коротышка в голубом фраке должен быть Винтик, а Торопыжка должен быть в черном фраке. Теперь ясно, что Шпунтик в белом фраке.

Ответ: Шпунтик белом фраке, Винтик в голубом, Незнайка в зеленом фраке, а Торопыжка – в черном.

Пример 5. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак, саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина, корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи в порядке убывания веса.

Решение. Чемодан тяжелее рюкзака, так как саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина ($C + P < Ч + К$), значит $C > Ч$, а так как $K + C = Ч + P$, то $K < P$.

Ответ. Вещи в порядке убывания: саквояж, чемодан, рюкзак, корзина.

Домашнее задание

1. Ребята кидали мяч. Володя кинул дальше Игоря, а Олег – ближе Игоря. Кто кинул мяч дальше – Володя или Олег?
2. Лягушка встречала гостей. Лиса пришла раньше медведя, волк – позже зайца, медведь – раньше зайца, сорока – позже волка. В каком порядке приходили гости?
3. В теремке Мышка живет выше Лягушки, но ниже Зайца, а Петух живет ниже Лягушки. Напиши, кто на каком этаже живет. В теремке Мышка живет выше Лягушки, но ниже Зайца, а Петух живет ниже Лягу
4. У мышинной норки очередь. Кузя ближе к норке, чем Рыжик, но дальше, чем кот Васька. Васька не стоит рядом с Борькой, а Мурка не стоит рядом ни с Васькой, ни с Кузей, ни с Рыжиком. На рисунке около каждой кошки напиши, как ее зовут.

Задачи для самостоятельного решения

1. Митя, Сережа, Юра, Толя и Костя пришли в музей до открытия и стали в очередь. Если бы Митя встал посередине очереди, он стоял бы между Сережей и Костей, а если бы Митя встал

в конце очереди, то рядом с ним стоял бы Юра. Но Митя встал впереди своих товарищей. Кто за кем стоит, если известно, что Костя стоит за Сережей?

2. Пять товарищей спускались с горки на санках. Игорь проехал дальше Романа, но ближе чем Олег. Костя проехал меньше, чем Роман, а Илья – дальше Олега. Кто из ребят проехал дальше всех, а кто – меньше всех?

3. На вечеринку собрались четверо друзей: Аня, Вика, Миша и Коля. Коля пришел раньше Ани, но не был первым. Определите, в какой последовательности друзья приходили к месту встречи, если Вика пришла последней.

4.4. Задачи о лгунах

Пример 1. Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос: «Кто это сделал?» Петя, Вася и Коля ответили: «Не я!», а Миша – «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло? Ответ нужно объяснить.

Решение. Начнем с ответов Пети, Васи и Коли. Так как стекло разбил кто – то один, то среди ответов Пети, Васи и Коли может быть лишь один ложный, иначе при двух ложных ответах получается, что стекло разбили двое. Тогда вторым ложным ответом будет ответ Миши, так как всего ложных ответов два. Поэтому Миша знал, кто разбил стекло.

Пример 2. На острове живут два племени: аборигены и пришельцы. Аборигены всегда говорят правду, а пришельцы всегда лгут. Путешественник, приехавший на остров, нанял островитянина в проводники. Они пошли и увидели другого островитянина. Путешественник послал проводника узнать, к какому племени принадлежит увиденный ими туземец. Проводник вернулся и сказал: «Туземец говорит, что он абориген». Кем был проводник: пришельцем или аборигеном?

Решение. Так как ответ встреченного островитянина мог быть лишь «Я – абориген» (только этот ответ является правдой для аборигенов и ложью для пришельцев), а проводник сказал, что туземец – абориген, то **проводник является аборигеном** (он сказал правду!).

Домашнее задание

1. Вадим, Сергей и Михаил хотят в будущем стать агрономом, трактористом и экономистом. На вопрос, кем хотел бы стать каждый из них, один ответил: «Вадим хочет быть агрономом, Сергей не хочет быть агрономом, а Михаил не хочет быть экономистом». Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Кем хочет стать каждый из мальчиков?

2. Три брата имеют специальности: архитектор, бетонщик, водитель. Из трех утверждений: «Алексей – архитектор», «Борис – не архитектор», «Владимир – не водитель» только одно верное. Является ли Владимир архитектором?

3. Петя, Катя и Саша пошли на бал-маскарад. Во время раздачи призов королева бала попросила каждого из них сказать, мальчик он или девочка. В ответ дважды прозвучало: «Я – мальчик» и один раз: «Я – девочка». Потом оказалось, что два из этих ответов верны, а один – нет. Назовите полное имя Саши.

4. Учитель проверил работы трех учеников: Алексеева, Васильева, Сергеева, но не захватил их с собой. Ученикам он сказал: «Вы все получили разные оценки: «3», «4» и «5». У Сергеева не «5», у Васильева не «4», а вот у Алексеева, по-моему, «4». Впоследствии оказалось, что учитель верно высказался об оценке только одного ученика. Какая оценка у каждого ученика?

5. В некотором царстве-государстве повадился Змей Горыныч разбойничать. Послал царь четырех богатырей погубить Змея, а награду за то обещал великую. Вернулись богатыри с победой, и спрашивает их царь: «Так кто же из вас главный победитель, кому достанется царева дочь и полцарства?» Засмутились добры молодцы и ответы дали туманные.

1) Сказал Илья Муромец: «Это все Алеша Попович, царь-батюшка».

2) Алеша Попович возразил: «То был Микула Селянинович».

3) Микула Селянинович: «Не прав Алеша, не я это».

4) Добрыня Никитич: «И не я, батюшка».

Подвернулась тут Баба-Яга и говорит царю: «А прав-то лишь один из богатырей, видела я всю битву своими глазами».

Кто же из богатырей победил Змея Горыныча?

Задачи для самостоятельного решения

1. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Трое жителей острова – А, В и С – разговаривали между собой в саду. Проходивший мимо незнакомец спросил у А: «Вы рыцарь или лжец?» Тот ответил, но так неразборчиво, что незнакомец не смог ничего понять. Тогда незнакомец спросил у В: «Что сказал А?» «А сказал, что он лжец», – ответил В. «Не верьте В! Он лжет!» – вмешался в разговор островитянин С. Кто из островитян В и С рыцарь, а кто лжец?

2. На острове живут два племени: аборигены и пришельцы. Аборигены всегда говорят правду, а пришельцы всегда лгут. Путешественник, приехавший на остров, нанял жителя острова в проводники. Они пошли и увидели другого жителя острова. Путешественник послал проводника узнать, к какому племени принадлежит этот туземец. Проводник вернулся и сказал, что туземец говорит, что он абориген. Кем был проводник: пришельцем или аборигеном?

3. На острове живут два племени: аборигены и пришельцы. Аборигены всегда говорят правду, а пришельцы всегда лгут. Путешественник, приехавший на остров, увидел трех стариков. «Ты кто, – спросил он первого, – абориген или пришелец?» Старик ответил на вопрос путешественника, но тот не расслышал ответа. «Первый старик сказал, кажется, что он пришелец», – обратился путешественник к двум другим старикам. «Да, – сказал второй, он сказал, что он пришелец». «Нет, возразил третий, – он сказал, что он не пришелец, а абориген». Что сказал первый старик? Кем были второй и третий старики?

4. Жители города А говорят только правду, жители города Б – только ложь, жители города В – попеременно правду и ложь (т. е. из двух утверждений, высказанных ими, одно истинно, а другое ложно). Дежурному пожарной части по телефону сообщили: «У нас пожар, приезжайте скорее!» «Где?» – спросил дежурный. «В городе В», – ответили ему. Куда должна выехать пожарная машина? (Пожар действительно был.)

5. В одной книге было написано 100 следующих утверждений:

«В этой книге ровно одно неверное утверждение». «В этой книге ровно два неверных утверждения».

«В этой книге ровно сто неверных утверждений».

Какое из этих утверждений верное?

6. Коля, Вася и Сережа гостили летом у бабушки. Однажды один из мальчиков нечаянно разбил любимую бабушкину чашку. На вопрос, кто разбил чашку, они дали такие ответы:

Сережа: 1) «Я не разбивал»; 2) «Вася не разбивал». Вася: 3) «Сережа не разбивал»; 4) «Чашку разбил Коля». Коля: 5) «Я не разбивал»; 6) «Чашку разбил Сережа».

Бабушка знала, что один из ее внуков, назовем его правдивым, оба раза сказал правду; второй, назовем его шутником, оба раза сказал неправду; третий, назовем его хитрецом, один раз сказал правду, а другой раз – неправду. Назовите имена правдивого, шутника и хитреца. Кто из внуков разбил чашку?

7. Алеша, Боря и Гриша нашли в земле старинный сосуд. Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения.

1) Алеша: «Это сосуд греческий и изготовлен в V веке».

2) Боря: «Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке».

3) Гриша: «Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке».

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

8. Виктор, Роман, Леонид и Сергей заняли на олимпиаде по информатике четыре первых места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

1) Сергей – первый, Роман – второй;

2) Сергей – второй, Виктор – третий;

3) Леонид – второй, Виктор – четвертый.

Известно, что в каждом ответе только одно утверждение истинно. Как распределились места?

5. Олимпиадные задачи по арифметике

Пример 1. Квадрат числа состоит из цифр 0, 2, 3, 5. Найти его.

Решение. $3025 = 55^2$.

Пример 2. Можно ли из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составить одно двузначное и одно трехзначное число так, чтобы второе делилось на первое? Каждая цифра должна быть использована ровно один раз.

Решение. Можно. 532 делится на 14, а 215 делится на 43.

Пример 3. Из чисел A , B и C одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $A = B(B - C)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно 0? Почему?

Решение. Если $A = 0$, то либо $B = 0$, либо $B - C = 0$. Ни то, ни другое невозможно. Поэтому $A \neq 0$. Если $B = 0$, то и $A = 0$. Это тоже невозможно. Поэтому $B \neq 0$. Следовательно, $C = 0$, и

равенство из условия задачи можно переписать в виде $A = B$. Отсюда следует, что $B > 0$. Значит, B положительно, а A – отрицательно.

Пример 4. Коля, Ваня и Петя собирали грибы. Коля нашел 10 сыроежек и столько белых, сколько подберезовиков нашел Ваня. Ваня нашел лисичек в два раза меньше, чем сыроежек Коля, и 3 подберезовика. Петя нашел только лисички, которых у него было больше, чем белых у Коли, но меньше, чем лисичек у Вани. Сколько грибов собрали ребята?

Решение: Коля нашел 10 сыроежек + 3 белых; Ваня – 5 лисичек и 3 подберезовика, Петя – 4 лисички (меньше 5 и больше 3). Всего грибов $13 + 8 + 4 = 25$.

Ответ: 25 грибов.

Пример 5. Найти наименьшее число, которое начинается с цифр 1998 и делится на все числа от 1 до 9.

Решение. Если число таково, то оно делится на $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 2520$. Деля «уголком», получаем 1998360.

Ответ: 1998360.

Домашнее задание

1. Между цифрами 1, 2, 3, 4, 5 поставить знаки действий так, чтобы результат был равен 9.
2. Получить число 100, используя десять пятёрок, скобки и знаки арифметических действий.
3. Какой цифрой заканчивается произведение $7 \times 27 \times 47 \times 67 \times 87 \times \dots \times 1987 \times 2007$?
4. Найдутся ли два последовательных натуральных числа таких, что сумма цифр каждого из них делится на 11?
5. Докажите, что если цифры десятизначного числа выписать в обратном порядке, то полученное число не будет в три раза больше исходного.
6. Четверо купцов заметили, что если они сложатся без первого, то соберут 90 рублей, без второго – 85, без третьего – 80, без четвертого – 75 рублей. Сколько у кого денег?

6. Решение текстовых (сюжетных) задач

Пример 1. Три седьмых класса собрали 700 кг макулатуры. 7-а собрал 130 кг, 7-б собрал в 2 раза больше, чем 7-а. Сколько килограммов макулатуры собрал 7-в класс?

Решение: Пусть 7-в собрал x кг макулатуры. Тогда:

$$130 + 130 \cdot 2 + x = 700,$$

$$130 + 260 + x = 700,$$

$$390 + x = 700,$$

$$x = 700 - 390,$$

$$x = 310.$$

Ответ: ученики 7-в класса собрали 310 кг макулатуры.

Пример 2. У Наташи было на 10 конфет меньше, чем у Маши. Каждая девочка дала Даше по 15 конфет. У Наташи осталось конфет в 2 раза меньше, чем у Маши. По сколько конфет было у девочек первоначально?

Решение: Пусть у Наташи было x конфет, тогда у Маши было $x + 10$ конфет. После того как они дали Даше по 15 конфет, у Наташи стало $x - 15$, а у Маши $x + 10 - 15 = x - 5$ конфет.

У Наташи стало в 2 раза меньше конфет, чем у Маши, поэтому

$$1) 2(x - 15) = x - 5 \quad 2x - 30 = x - 5$$

$$2x - x = 30 - 5$$

$x = 25$ конфет было у Наташи.

2) $25 + 10 = 35$ конфет было у Маши.

Ответ: 25 конфет было у Наташи, 35 конфет было у Маши первоначально.

Пример 3. Расстояние между двумя причалами 35 км. Сколько времени потратит теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость теплохода 17 км/ч, а скорость течения реки – 3 км/ч?

Решение: Собственная скорость теплохода 17 км/ч.

Скорость теплохода по течению реки $17 + 3 = 20$ км/ч.

$35 : 20 = 1,75$ часа потратит теплоход на путь по течению реки

Скорость теплохода против течения реки $17 - 3 = 14$ км/ч.

$35 : 14 = 2,5$ часа - потратит теплоход на путь против течения реки.

$1,75 + 2,5 = 4,25$ часа или 4 часа 15 мин. – потратит теплоход на путь туда и обратно.

Ответ: 4 часа 15 мин. – потратит теплоход на путь туда и обратно.

Домашнее задание

1. Площадь участка поля 80 га, первый тракторист вспахал 40% этого участка, а второй 60% оставшейся части. Кто из них вспахал больше и на сколько га?
2. Через 2 крана бак наполняется за 9 минут. Если бы бак открыт только первый кран, то бак наполнился бы за 36 минут. За сколько минут наполнился бы бак через один второй кран?
3. Тесто для вареников содержит 16 частей творога, 2 части муки, 1 часть масла, 3 части сметаны, 3 части сахара. Определите массу каждого продукта в отдельности для приготовления 1 кг теста.
4. Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 центов, другие по 60 центов за килограмм. Он хочет получить 50 килограммов смеси по 72 цента за килограмм. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?
5. Из двух сел вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились через 4 часа. Расстояние между селами 36 км, скорость одного пешехода 4 км/ч. Найти скорость второго пешехода.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из двух пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выходят два туриста. При встрече оказывается, что турист, вышедший из А, прошел на 2 км больше, чем второй турист. Продолжая движение с той же скоростью первый турист прибывает в В через 1 ч 36 мин., а второй в А – через 2 ч 30 мин после встречи. Найдите расстояние АВ и скорость каждого туриста.
2. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 мин. позже легкового автомобиля. Найдите скорости автобуса и легкового автомобиля.
3. Расстояние от станции А до станции В товарный поезд прошел за 9 часов, двигаясь со скоростью 40 км/ч. За какое время пройдет это расстояние почтовый поезд, если его скорость равна 60 км/ч? С какой скоростью должен двигаться пассажирский поезд, чтобы пройти это расстояние за 4 часа?
4. Плата за квартиру на 555 р. больше платы за телефон, а плата за электричество на 1300 р. меньше платы за квартиру. Что больше: плата за телефон или плата за электричество, и на сколько?

5. Сыну и дочери вместе 31 год. Отец старше сына на 28 лет, а мать старше дочери на 23 года. Сколько лет отцу и матери вместе?

6. Полярникам действующей станции сбросили с самолета два контейнера. В первом было 32 бочки с топливом, а во втором – 24 ящика с продуктами. Чему равен вес одного ящика, если каждая бочка весила 70 кг, а суммарный вес всего груза составил 3440 кг?

7. Принцип Дирихле и его применение при решении задач

Методическое замечание. Используемые рассуждения достаточно стандартны и основываются на применении свойств неравенств и методе доказательства «от противного». Рекомендуется при решении простых задач этого типа проводить рассуждения, не упоминая о принципе Дирихле, так как в школьной программе нет такой темы и при решении задач ссылки на этот принцип неоправданны.

ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ: Если в n клеток посадить $n+1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем 2 зайца.

ОБОБЩЁННЫЙ ПРИНЦИП ДИРИХЛЕ: Если в n клеток посадить $kn + 1$ зайцев, то найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем $n + 1$ зайца.

Докажем обобщённый принцип Дирихле.

Доказательство от противного. Предположим, что не найдётся такой клетки. Значит, в каждой клетке находится не более чем k зайцев. Тогда всего в n клетках не будет более чем kn зайцев. Но, по условию, было $kn + 1$ зайцев. Получилось противоречие, значит, наше предположение неверно. Следовательно, найдётся хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем $k + 1$ зайца.

Методическое замечание. Безусловно, начинать эту тему стоит с задач, в которых нужно работать с конкретными числами. Обязательно в процессе решения нужно обращать внимание на то, что мы должны говорить «не более», «не менее», а не обсуждать «лучший» («худший») случай, так как доказать это часто бывает достаточно сложно.

Пример 1. В школе 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них родились в один день года.

Решение. Всего в году 365 дней. Назовём дни ящиками, а учеников кроликами. Тогда в некотором ящике сидят не меньше 400/366 кроликов, т.е. больше одного. Следовательно, не меньше двух.

Пример 2. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.

Решение. Допустим, что квадрат составлен. Тогда суммы чисел могут меняться от -6 до $+6$. Всего 13 значений. Строк в квадрате 6, столбцов 6, диагоналей 2. Получаем 14 различных сумм. Противоречие, значит, составить такой квадрат невозможно.

Пример 3. На планете Земля океан занимает больше половины площади поверхности. Докажите, что в мировом океане можно указать две диаметрально противоположные точки.

Решение. Отразим океан симметрично относительно центра Земли. Поскольку сумма площадей океана и его образа превышает площадь земной поверхности, то существует точка, принадлежащая океану и его образу. Возьмём эту точку вместе с противоположной к ней.

Пример 4. На собеседование пришли 65 школьников. Им предложили 3 контрольных работы. За каждую контрольную ставилась одна из оценок: 2,3,4 или 5. Верно ли, что найдутся два школьника, получившие одинаковые оценки на контрольных?

Решение. Рассмотрим множество наборов из трёх оценок за соответствующие контрольные. Количество таких наборов равно 4^3 или 64 (4 возможности за каждую из трёх контрольных). Поскольку число учащихся больше 64, по принципу Дирихле каким-то двум учащимся отвечает один набор оценок.

Домашнее задание

1. В классе 30 учеников. Во время контрольной работы Петя сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.
2. На земле больше 4 миллиардов человек, которые моложе 100 лет. Докажите, что на Земле есть два человека, родившихся в одну и ту же секунду.
3. На плоскости проведено 12 прямых. Докажите, что какие-то две из них образуют угол не больше 15° .
4. В ящике лежат носки: 10 чёрных, 10 синих, 10 белых. Какое наименьшее количество носков надо вынуть не глядя, чтобы среди вынутых оказалось два носка а) одного цвета; б) разных цветов; в) чёрного цвета?
5. На карьере добыли 36 камней. Их веса соответственно 490 кг, 495 кг, 500 кг, ..., 665 кг (арифметическая прогрессия). Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?

Задачи для самостоятельного решения

1. Какое наименьшее число карточек спортлото «6 из 49» надо купить, чтобы наверняка хоть на одной из них был угадан хоть один номер?
2. Докажите, что среди любых пяти человек есть двое с одинаковым числом знакомых среди этих пяти человек. (Возможно, эти двое ни с кем не знакомы).
3. Докажите, что из любых 52 целых чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 100.
4. Квадратная таблица $(2n + 1) \times (2n + 1)$ заполнена числами от 1 до $2n + 1$ так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце были представлены все эти числа. Докажите, что если это расположение симметрично относительно главной диагонали, то на главной диагонали тоже представлены все эти числа.
5. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трёх из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.
6. Комиссия из 60 человек провела 40 заседаний, причём на каждом заседании присутствовало ровно 10 членов комиссии. Докажите, что какие-то два члена комиссии встречались на её заседаниях по крайней мере дважды.
7. На столе лежат 50 правильно идущих часов. Докажите, что в некоторый момент сумма расстояний от центра стола до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от центра стола до центров часов.
8. Каждая из 9 прямых разбивает квадрат на два четырёхугольника, площади которых относятся как 2:3. Докажите, что по крайней мере три из этих прямых проходят через одну точку.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ

Задача 1: В тесте было 20 вопросов. За каждый правильный ответ Вася получал 11 баллов. За каждый неправильный – минус 5. За пропуск ответа отнимается 1 балл. Вася набрал 80 баллов. Сколько пропусков при таком результате могло оказаться у Васи?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 2: Сколько существует таких неупорядоченных пар (т.е. а и b то же самое, что b и а) натуральных чисел, что $1/a+1/b=1/8$.

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 3: Про 3 написанных числа известны 5 утверждений:

- а) эти числа являются сторонами прямоугольного треугольника;
б) числа целые;
в) сумма этих чисел равна 0;
г) это три последовательных целых числа;
д) произведение этих чисел меньше 100.

Сколько одновременно верных утверждений может быть?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 4: На доске написано число, начинающееся на 6. Если стереть первую цифру, то число уменьшится в k раз. Чему может быть равно k?

- а) 7 б) 8 в) 9 г) 10 д) 15

Задача 5: Какие числа можно представить как сумму двух или более последовательных натуральных чисел?

- а) 8 б) 10 в) 12 г) 14 д) 16

Задача 6: Вася забыл номер квартиры друга, но запомнил, что если взять номер этажа друга и между цифрами вставить номер подъезда, то получится номер квартиры. Номер квартиры заканчивается на 4 и на лестничной клетке он больше других номеров квартир. Сколько этажей может быть в этом доме, если этажей в доме не более, чем 30, а подъездов не более, чем 3, а на каждом этаже в каждом подъезде по 4 квартиры.

- а) 14 б) 17 в) 20 г) 23 д) 26

Задача 7: Пятизначное число уменьшают на сумму своих цифр, полученное число опять уменьшают на сумму своих цифр и т.д. Какие числа можно получить в результате таких операций?

- а) 18 б) 20 в) 12 г) 100 д) 27

Задача 8: Известно, что $2/3$ класса были в театре, $3/5$ были в кино, а $1/3$ класса была и в театре и в кино. Петя, к сожалению, не был ни в кино, ни в театре. Сколько еще человек, кроме Пети, могло учиться в классе и ни разу не сходить ни в кино, ни в театр, если известно, что в классе от 17 до 35 человек?

- а) 0 б) 1 в) 3 г) 5 д) 6

Задача 9: Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат 3×3 . Какое число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

- а) 6 б) 7 в) 8 г) 9 д) 10

Задача 10: Две стороны треугольника равны 4,57 см и 1,15 см. Чему может быть равна третья сторона, если известно, что она выражается целым числом сантиметров?

- а) 2 б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

Задача 11: В каждой клетке квадрата 5×5 расставлены единички и нолики таким образом, что в каждой строке, кроме, может быть, первой единичек больше, чем ноликов. А также в каждом столбце, кроме, может быть, последнего, ноликов больше, чем единиц. Сколько ноликов может содержаться в квадрате?

- а) 10 б) 11 в) 12 г) 13

д) расставить указанным образом единички и нолики нельзя.

Задача 12: Вася загадал двузначное число. Умножил его на 9, а затем зачеркнул последнюю цифру. Полученное число умножил на 13 и опять зачеркнул последнюю цифру. Мог ли Вася в результате получить числа?

- а) 20 б) 13 в) 40 г) 55 д) 64

Задача 13: Какое количество острых углов могут образовать 5 лучей с общим началом?

- а) 3 б) 4 в) 6 г) 8 д) 9

Задача 14: Вася подбрасывал игральный кубик 5 раз и каждый раз записывал полученное число очков. Сумма записанных чисел равна 27. Сколько раз могла выпасть на кубике «пятерка»?

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 3 д) 4

Задача 15: В вершинах куба записаны числа 1 или -1 . На каждой грани записали произведение чисел в ее вершинах. Чему может быть равна сумма всех чисел, записанных на гранях куба?

- а) 6 б) -4 в) -2 г) 3 д) -6

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06-87/2 от 28.05.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
Курса «Решение олимпиадных задач по математике»
8 - 9 классы

Срок реализации программы 2 года

Составители программы: Кузьмин О.В., доктор физ.-мат. наук,
профессор, Заслуженный учитель РФ,
учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска
Гаер М.А., кандидат тех. наук, доцент,
учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск
2021 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу восьмого и девятого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	8 класс	9 класс	Всего
Количество учебных недель	35	34	69
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	35	34	69

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (отдельный обязательный учебный предмет).

Дополнительная литература:

1. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: АСА, 1994.
2. Кузьмин О. В. Комбинаторные методы решения логических задач: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2006.
3. Кузьмин О.В. Принцип Дирихле: методическое пособие. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2007.

Литература для учителя:

1. Балаян Э.Н. Готовимся к олимпиадам по математике: 5-11 кл. – Ростов н/Д: Феникс, 2009.
2. Галкин Е.И. Нестандартные задачи по математике: Задачи логич. характера: Кн. для учащихся 5-11 кл. – М.: Просвещение; Учебная литература, 1996.
3. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: АСА, 1994.
4. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2001

ЦОР (цифровые образовательные ресурсы: диски, Интернет-источники)

- 1) <http://www.math.ru>
- 2) <http://www.etudes.ru>
- 3) <http://www.mccme.ru>
- 4) <http://kvant.mccme.ru>

Содержание программы по курсу «Решение олимпиадных задач по математике» в 8-9 классах.

8 классы

Раздел 1. Алгебра и элементы математического анализа (9 часов)

Доказательство числовых неравенств. Неравенства средних. Математические соревнования. Транснеравенство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Метод Штурма. Геометрические неравенства.

Раздел 2. Арифметика и элементы теории чисел (10 часов)

Рациональность и иррациональность. Математические соревнования. Сопряженные числа. Сравнения. Малая теорема Ферма. Математические соревнования. Лемма Вильсона. Решение уравнений в целых числах.

Раздел 3. Геометрия (11 часов)

Вписанные углы. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Подобие фигур. Дополнительные построения. Математические соревнования. Метод площадей. Обратный ход в геометрии. Векторы. Формула Пика.

Раздел 4. Комбинаторика, элементы теории множеств, графы (4 часов)

Математические соревнования. Ориентированные графы. Графы с цветными ребрами. Двудольные графы. Математические соревнования
Зачетная работа.

9 классы

Раздел 1. Логические задачи (5 часов)

Сюжетные логические задачи. Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения. Логические задачи и комбинаторика. Метаголоволомки. Решение олимпиадных логических задач.

Раздел 2. Последовательности (10 часов)

Введение в последовательности. Суммирование. Целочисленные арифметические последовательности. Геометрическая прогрессия. Свойства последовательностей. Числа Фибоначчи. Вспомогательные последовательности. Решение олимпиадных задач на последовательности. Зачетная работа за первое полугодие.

Раздел 3. Непрерывность (7 часов)

Понятие непрерывности. Дискретная непрерывность. Непрерывная траектория. Дискретная непрерывность на плоскости. Решение задач на дискретную непрерывность.

Непрерывность в алгебре. Решение задач на непрерывность в алгебре.

Раздел 4. Элементы теории чисел (7 часов)

Арифметика остатков. Решение задач на сравнение по модулю. Китайская теорема об остатках. Теорема Вильсона. Функция Эйлера.

Псевдопростые числа. Решение олимпиадных задач на теорию чисел.

Раздел 5. Принцип Дирихле (5 часов)

Принцип Дирихле и делимость. Принцип Дирихле и дополнительные соображения. Принцип Дирихле в геометрии. Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле. Зачетная работа за второе полугодие

Тематическое планирование

8 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Алгебра и элементы математического анализа	9	
1, 2	Доказательство числовых неравенств	2	
3, 4	Неравенства средних	2	
5	Математические соревнования	1	
6	Транснеравенство	1	
7	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца	1	
8	Метод Штурма	1	
9	Геометрические неравенства	1	
	Раздел 2. Арифметика и элементы теории чисел	10	
10	Рациональность и иррациональность	1	
11	Математические соревнования	1	
12	Сопряженные числа	1	
13	Сравнения	1	
14, 15	Малая теорема Ферма	2	
16	Математические соревнования	1	
17	Лемма Вильсона	1	
18, 19	Решение уравнений в целых числах	2	
	Раздел 3. Геометрия	11	
20	Вписанные углы	1	
21	Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников	1	
22	Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников	1	
23, 24	Подобие фигур. Дополнительные построения	2	
25	Математические соревнования	1	
26	Метод площадей	1	
27	Обратный ход в геометрии	1	
28, 29	Векторы	2	
30	Формула Пика	1	
	Раздел 4. Комбинаторика, элементы теории множеств, графы	4	
31	Ориентированные графы	1	
32, 33	Графы с цветными ребрами. Двудольные графы	2	

34	Математические соревнования	1	
35	Зачетная работа		1

9 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Логические задачи	5	
1	Сюжетные логические задачи.	1	
2	Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения	1	
3	Логические задачи и комбинаторика	1	
4	Метаголоволомки	1	
5	Решение олимпиадных логических задач	1	
	Раздел 2. Последовательности	10	
6	Введение в последовательности	1	
7	Суммирование	1	
8	Целочисленные арифметические последовательности	1	
9	Геометрическая прогрессия	1	
10	Свойства последовательностей	1	
11-12	Числа Фибоначчи	2	
13	Вспомогательные последовательности	1	
14	Решение олимпиадных задач на последовательности	1	
15	Зачетная работа за первое полугодие		1
	Раздел 3. Непрерывность	7	
16	Понятие непрерывности	1	
17	Дискретная непрерывность	1	
18	Непрерывная траектория	1	
19	Дискретная непрерывность на плоскости	1	
20	Решение задач на дискретную непрерывность.	1	
21	Непрерывность в алгебре	1	
22	Решение задач на непрерывность в алгебре	1	
	Раздел 4. Элементы теории чисел	7	
23	Арифметика остатков	1	
24	Решение задач на сравнение по модулю	1	
25	Китайская теорема об остатках	1	
26	Теорема Вильсона	1	
27	Функция Эйлера	1	
28	Псевдопростые числа	1	
29	Решение олимпиадных задач на теорию чисел	1	
	Раздел 5. Принцип Дирихле	5	
30	Принцип Дирихле и делимость	1	
31	Принцип Дирихле и дополнительные соображения	1	
32	Принцип Дирихле в геометрии	1	
33	Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле	1	

34	Зачетная работа за второе полугодие		1
----	-------------------------------------	--	---

Планируемые результаты

8 класс

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

Предметные результаты:

Ученик научится:

- решать задачи на доказательство неравенств;
- доказывать неравенства о средних;
- применить полученные знания в условиях соревнований;
- доказывать транснеравенство, применять его к решению задач;

- доказывать неравенство Коши-Буняковского-Шварца, применять его к решению задач;
- применять метод Штурма при доказательстве неравенств;
- доказывать свойства сопряженных чисел;
- решать задачи с помощью сравнений;
- решать нелинейные уравнения в целых числах;
- применять свойства вписанных углов при решении задач;
- делать дополнительные построения до подобных фигур в геометрических задачах;
- применять метод площадей к решению задач;
- решать геометрические задачи методом обратного хода.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять математические модели решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин,
- исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Ученик получит возможность научиться:

- решать геометрические задачи с помощью векторного аппарата;
- использовать формулу Пика при решении задач;
- видеть ориентированный граф в условии задачи и грамотно перевести это условие на язык теории графов;
- видеть двудольный граф в условии задачи и грамотно перевести это условие на язык теории графов;
- применить полученные знания в условиях соревнований;
- распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем.

9 класс

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

- решать логические задачи различных типов
- решать сюжетные логические задачи табличным методом, графами, методом рассуждения;
- решать олимпиадные задачи и задачи повышенной сложности, используя алгебру логики;
- применять знания комбинаторики при решении логических задач;
- решать логические головоломки;
- восстанавливать члены последовательности;
- решать несложные задачи на арифметическую прогрессию;
- решать олимпиадные задачи на последовательности;
- решать простые задачи на непрерывность;
- решать задачи на дискретную непрерывность;
- применять теорему о промежуточном значении;

- решать задачи на сравнение по модулю;
- применять сравнение по модулю при решении олимпиадных задач на делимость;
- распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;
- применять китайскую теорему об остатках при решении олимпиадных задач;
- применять Теорему Вильсона, уметь решать простейшие сравнения;
- решать задачи с применением функции Эйлера;
- решать задачи с псевдопростыми числами;
- решать различные олимпиадные задачи с применением азов теории чисел;
- применять принцип Дирихле при решении олимпиадных задач на делимость;
- применять принцип Дирихле при решении геометрических задач;
- использовать одновременно два метода решения олимпиадных задач (раскраски, принцип Дирихле).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять математические модели решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин,
- исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Ученик получит возможность научиться:

- строить таблицы истинности;
- использовать основы модулярной арифметики;
- владеть понятием непрерывной функции;
- распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;
- применять полученные знания в условиях соревнований.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ

Задача 1: В тесте было 20 вопросов. За каждый правильный ответ Вася получал 11 баллов. За каждый неправильный – минус 5. За пропуск ответа отнимается 1 балл. Вася набрал 80 баллов. Сколько пропусков при таком результате могло оказаться у Васи?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 2: Сколько существует таких неупорядоченных пар (т.е. а и b то же самое, что b и а) натуральных чисел, что $1/a + 1/b = 1/8$.

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 3: Про 3 написанных числа известны 5 утверждений:

- а) эти числа являются сторонами прямоугольного треугольника;
- б) числа целые;
- в) сумма этих чисел равна 0;
- г) это три последовательных целых числа;
- д) произведение этих чисел меньше 100.

Сколько одновременно верных утверждений может быть?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 4: На доске написано число, начинающееся на 6. Если стереть первую цифру, то число уменьшится в k раз. Чему может быть равно k?

- а) 7 б) 8 в) 9 г) 10 д) 15

Задача 5: Какие числа можно представить как сумму двух или более последовательных натуральных чисел?

- а) 8 б) 10 в) 12 г) 14 д) 16

Задача 6: Вася забыл номер квартиры друга, но запомнил, что если взять номер этажа друга и между цифрами вставить номер подъезда, то получится номер квартиры. Номер квартиры заканчивается на 4 и на лестничной клетке он больше других номеров квартир. Сколько этажей может быть в этом доме, если этажей в доме не более, чем 30, а подъездов не более, чем 3, а на каждом этаже в каждом подъезде по 4 квартиры.

- а) 14 б) 17 в) 20 г) 23 д) 26

Задача 7: Пятизначное число уменьшают на сумму своих цифр, полученное число опять уменьшают на сумму своих цифр и т.д. Какие числа можно получить в результате таких операций?

- а) 18 б) 20 в) 12 г) 100 д) 27

Задача 8: Известно, что $\frac{2}{3}$ класса были в театре, $\frac{3}{5}$ были в кино, а $\frac{1}{3}$ класса была и в театре и в кино. Петя, к сожалению, не был ни в кино, ни в театре. Сколько еще человек, кроме Пети, могло учиться в классе и ни разу не сходить ни в кино, ни в театр, если известно, что в классе от 17 до 35 человек?

- а) 0 б) 1 в) 3 г) 5 д) 6

Задача 9: Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат 3×3 . Какое число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

- а) 6 б) 7 в) 8 г) 9 д) 10

Задача 10: Две стороны треугольника равны 4,57 см и 1,15 см. Чему может быть равна третья сторона, если известно, что она выражается целым числом сантиметров?

- а) 2 б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

Задача 11: В каждой клетке квадрата 5×5 расставлены единички и нолики таким образом, что в каждой строке, кроме, может быть, первой единичек больше, чем ноликов. А также в каждом столбце, кроме, может быть последнего, ноликов больше, чем единиц. Сколько ноликов может содержаться в квадрате?

- а) 10 б) 11 в) 12 г) 13

д) расставить указанным образом единички и нолики нельзя.

Задача 12: Вася загадал двузначное число. Умножил его на 9, а затем зачеркнул последнюю цифру. Полученное число умножил на 13 и опять зачеркнул последнюю цифру. Мог ли Вася в результате получить числа?

- а) 20 б) 13 в) 40 г) 55 д) 64

Задача 13: Какое количество острых углов могут образовать 5 лучей с общим началом?

- а) 3 б) 4 в) 6 г) 8 д) 9

Задача 14: Вася подбрасывал игральный кубик 5 раз и каждый раз записывал полученное число очков. Сумма записанных чисел равна 27. Сколько раз могла выпасть на кубике «пятерка»?

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 3 д) 4

Задача 15: В вершинах куба записаны числа 1 или -1 . На каждой грани записали произведение чисел в ее вершинах. Чему может быть равна сумма всех чисел, записанных на гранях куба?

- а) 6 б) -4 в) -2 г) 3 д) -6

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

1. Подборка заданий по теме Графы

1. В углах шахматной доски 3×3 стоят 4 коня: 2 белых (в соседних углах) и 2 чёрных. Можно ли за несколько ходов (по шахматным правилам) поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета?

2. Выпишите в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число, составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13.

Ответ: 784913526.

3. В стране Радонежии некоторые города связаны между собой авиалиниями. Из столицы выходит 1985 авиалиний, из города Дальнего одна, а из остальных городов – по 20 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего.

4. Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходили четыре линии.

5. В трёх вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается передвигать их по диагонали в любую свободную вершину. Можно ли таким образом добиться того, чтобы одна из фишек вернулась на своё место, а две другие поменялись местами?

6. В марсианском метро 100 станций. От любой станции до любой другой можно проехать. Забастовочный комитет хочет закрыть проезд через одну из станций так, чтобы между всеми остальными станциями был возможен проезд. Докажите, что такая станция найдётся.

7. Докажите, что в плоском графе найдётся вершина, из которой выходит не более 5 рёбер.

8. Клетчатая плоскость раскрашена десятью красками так, что соседние (т.е. имеющие общую сторону) клетки покрашены в разные цвета, причём все десять красок использованы. Каково минимальное возможное число пар соседних красок? (Две краски называются *соседними*, если ими покрашены какие-то две соседние клетки).

9. В тридевятом царстве каждые два города соединены дорогой с односторонним движением. Докажите, что существует город, из которого в любой другой можно проехать не более чем по двум дорогам.

10. В городе на каждом перекрёстке сходится чётное число улиц. Известно, что с любой улицы города можно проехать на любую другую. Докажите, что все улицы города можно объехать, побывав на каждой по одному разу.

11. Последовательность из 36 нулей и единиц начинается с пяти нулей. Среди пятёрочек подряд стоящих цифр встречаются все 32 возможных комбинации. Найдите пять последних цифр последовательности.

12. Дан правильный 45-и угольник. Можно ли так расставить в его вершинах цифры от 0 до 9 так, чтобы для любой пары различных цифр нашлась сторона, концы которой занумерованы этими цифрами.

13. Докажите, что можно расположить по кругу символы 0 и 1 так, чтобы любой возможный набор из n символов, идущих подряд, встретился.

2. Подборка заданий по теме Принцип Дирихле

1. В школе 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них родились в один день года.
2. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.
3. На планете Земля океан занимает больше половины площади поверхности. Докажите, что в мировом океане можно указать две диаметрально противоположные точки.
4. На собеседование пришли 65 школьников. Им предложили 3 контрольных работы. За каждую контрольную ставилась одна из оценок: 2,3,4 или 5. Верно ли, что найдутся два школьника, получившие одинаковые оценки на контрольных?
5. В классе 30 учеников. Во время контрольной работы Петя сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.
6. На земле больше 4 миллиардов человек, которые моложе 100 лет. Докажите, что на Земле есть два человека, родившихся в одну и ту же секунду.
7. На плоскости проведено 12 прямых. Докажите, что какие-то две из них образуют угол не больше 15° .
8. В ящике лежат носки: 10 чёрных, 10 синих, 10 белых. Какое наименьшее количество носков надо вынуть не глядя, чтобы среди вынутых оказалось два носка: а) одного цвета; б) разных цветов; в) чёрного цвета?
9. На карьере добыли 36 камней. Их веса соответственно 490 кг, 495 кг, 500 кг, ..., 665 кг (арифметическая прогрессия). Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?
10. Какое наименьшее число карточек спортлото «6 из 49» надо купить, чтобы наверняка хоть на одной из них был угадан хоть один номер?
11. Докажите, что среди любых пяти человек есть двое с одинаковым числом знакомых среди этих пяти человек. (Возможно, эти двое ни с кем не знакомы).
12. Докажите, что из любых 52 целых чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 100.
13. Квадратная таблица $(2n + 1) \times (2n + 1)$ заполнена числами от 1 до $2n + 1$ так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце были представлены все эти числа. Докажите, что если это расположение симметрично относительно главной диагонали, то на главной диагонали тоже представлены все эти числа.
14. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трёх из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.

15. Комиссия из 60 человек провела 40 заседаний, причём на каждом заседании присутствовало ровно 10 членов комиссии. Докажите, что какие-то два члена комиссии встречались на её заседаниях по крайней мере дважды.

16. На столе лежат 50 правильно идущих часов. Докажите, что в некоторый момент сумма расстояний от центра стола до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от центра стола до центров часов.

17. Каждая из 9 прямых разбивает квадрат на два четырёхугольника, площади которых относятся как 2:3. Докажите, что по крайней мере три из этих прямых проходят через одну точку.

3. Основная теорема арифметики

Пусть дано число 360. На какое наименьшее простое число оно делится? Очевидно, на 2: $360 = 2 \cdot 180$. На какое наименьшее простое число делится 180? Тоже на 2: $180 = 2 \cdot 90$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 90$. На какое наименьшее простое число делится 90? Опять на 2: $90 = 2 \cdot 45$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 45$. На какое наименьшее простое число делится 45? На 3: $45 = 3 \cdot 15$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15$. Наконец, $15 = 3 \cdot 5$, $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, и на этом начатый нами процесс останавливается: все получившиеся множители являются простыми.

Точно такую же процедуру можно проделать и для любого другого числа. Это утверждение есть знаменитая

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число (кроме единицы) можно представить в виде произведения простых множителей, и притом единственным образом (с точностью до порядка сомножителей).

Такое произведение называется *разложением на простые множители* или *каноническим разложением*. Выше было получено каноническое разложение числа 360:

$$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

или, как это обычно записывают,

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Мы видим, таким образом, что любое число состоит как бы из «кирпичиков» – простых множителей, возникающих в его каноническом разложении. Простое число состоит из одного такого «кирпичика» – самого себя.

Каноническое разложение является мощным инструментом решения целого ряда задач. Благодаря ему перед нами открывается вся картина делителей данного числа. Так, для числа $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ мы теперь можем сразу сказать, что оно делится, например, на $2^3 = 8$, на $2^2 \cdot 3 = 12$, на $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$ (так как эти числа «сконструированы» из отдельных элементов канонического разложения) и не делится, скажем, на 7 и на $3^3 = 27$ (так как ни 7, ни 27 не входят в каноническое разложение).

Задачи

1. Найдите каноническое разложение числа 3150. Покажите, что оно делится на 6, 14, 18, 21, 35, 42, 45. Делится ли оно на 12, 22, 26, 27?
2. Не вычисляя произведения $2013 \cdot 15 \cdot 77$, выясните, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 55, 80, 6039.
3. Число A делится на 3 и 4 Следует ли отсюда, что A делится на $3 \cdot 4 = 12$?
4. Число A делится на 4 и 6 Следует ли отсюда, что A делится на $4 \cdot 6 = 24$?
5. Число $3A$ делится на 7 Следует ли отсюда, что A делится на 7?
6. Число $9A$ делится на 6 Следует ли отсюда, что A делится на 6?
7. Докажите, что произведение трёх последовательных натуральных чисел делится на 6
8. Докажите, что произведение пяти последовательных натуральных чисел делится на 120
9. Допишите к числу 523. . . три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8 и 9 Сколько всего таких чисел существует?
10. На сколько нулей оканчивается число $100!$?
11. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 6.1*) В доме на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир (больше одной). Также во всех подъездах поровну этажей. При этом количество этажей больше количества квартир на этаже, но меньше, чем количество подъездов. Сколько в доме этажей, если всего квартир 715?
12. (*Математический праздник, 1999, 6.2*) Укажите пять целых положительных чисел, сумма которых равна 20, а произведение – 420.
13. (*Математический праздник, 2007, 6–7.2*) В конце четверти Вовочка выписал подряд в строчку свои текущие отметки по пению и поставил между некоторыми из них знак умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 2007 Какая отметка выходит у Вовочки в четверти по пению? («Колов» учительница пения не ставит.)
14. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.2*) Есть четыре карточки с цифрами: 2, 0, 1, 6 Для каждого из чисел от 1 до 9 можно из этих карточек составить четырёхзначное число, которое кратно выбранному однозначному. А в каком году такое будет в следующий раз?
15. (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.2*) Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 864 метра. Сколько простых и сколько творческих людей «отрастили» волку хвост?
16. (*Московская устная олимпиада, 2019, 6.5, 7.4*) В финале комбинированного чемпионата мира по скалолазанию шесть спортсменок соревнуются в трёх дисциплинах. В каждой из них они распределяют между собой места с первого по шестое (дележей мест не бывает).

Окончательный результат каждой спортсменки – произведение трёх занятых мест. Финальные результаты оказались такими: Янья – 5, Сол – 12, Джессика – 24, Акийо – 54, Михо – 64, Петра – 75. Как распределились места в первой дисциплине, если известно, что у Яньи она самая слабая из трех?

17. (*Математический праздник, 1995, 7.1*) Натуральное число умножили последовательно на каждую из его цифр. Получилось 1995. Найдите исходное число.

18. (*Математический праздник, 2008, 7.1*) Число умножили на сумму его цифр и получили 2008. Найдите это число.

19. (*Московская устная олимпиада, 2009, 7.1*) Юра записал четырёхзначное число. Лёня прибавил к первой цифре этого числа 1, ко второй 2, к третьей 3 и к четвёртой 4, а потом перемножил полученные суммы. У Лёни получилось 234. Какое число могло быть записано Юрой?

20. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.4*) Коробка с сахаром имеет форму прямоугольного параллелепипеда. В ней находится 280 кусочков сахара, каждый из которых – кубик размером $1 \times 1 \times 1$ см. Найдите площадь полной поверхности коробки, если известно, что длина каждой из её сторон меньше 10 см.

21. (*Всеросс., 2018, МЭ, 7.4*) На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.

22. (*«Высшая проба», 2017, 7.3, 8.1*) Найти все натуральные числа n от 1 до 100 такие, что если перемножить все делители числа n (включая 1 и n), получим число n^3 .

23. (*Математический праздник, 2009, 7.6*) Используя в качестве чисел любое количество монет достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей, а также (бесплатные) скобки и знаки четырёх арифметических действий, составьте выражение со значением 2009, потратив как можно меньше денег.

24. (*Математический праздник, 1996, 7.6*) Произведение последовательных чисел от 1 до n называется n -факториал и обозначается $n!$ ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$). Можно ли вычеркнуть из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ один из факториалов так, чтобы произведение оставшихся было квадратом целого числа?

25. (*«Ломоносов», 2017, 7–8.6, 9.4*) Про натуральные числа m и n известно, что $3n^3 = 5m^2$. Найдите наименьшее возможное значение $m + n$.

Утверждено приказом директора МАОУ Лицея ИГУ
г. Иркутска № 01-06-60/1 от 30.04.2020

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА
«Решение нестандартных задач геометрии»
для 7 класса с углубленным изучением математики**

Срок реализации программы 1 года

Составители программы: Чвалаева О.А., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

**г. Иркутск
2021 год**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПМСКА

Рабочая программа разработана на основе требований к планируемым результатам освоения основных образовательных программ основного общего образования, реализующего ФГОС.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	7 класс
Количество учебных недель	35
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	35

Уровень подготовки учащихся - с дополнительной (углубленной) подготовкой.
Место предмета в учебном плане – отдельный учебный предмет, формируемый участниками образовательных отношений.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, планируемые результаты подготовки учащихся, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

Содержание программы

Тема 1. Основные понятия геометрии (планиметрия). *3 часа.*

Тема 2. Измерение отрезков и углов. *2 часа.*

Тема 3. Взаимное расположение точек и прямых. *6 часов.*

Тема 4. Геометрические фигуры. *2 часа.*

Тема 5. Треугольник. Признаки равенства треугольников. *6 часов.*

Тема 6. Признаки параллельности прямых. *3 часа.*

Тема 7. Сумма углов треугольника. *2 часа.*

Тема 8. Геометрические неравенства. *2 часа.*

Тема 9. Вписанный и описанный треугольник. *3 часа.*

Тема 10. Задачи на построение. *6 часов.*

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

	Разделы, темы уроков	Часы	Контроль
	Основные понятия геометрии (планиметрия).	3	
1	История возникновения геометрии. Плоскость. Пространство, размерность, перспектива.	1	
2	Конструирование: из основных элементов плоскости: (точка, отрезок).	1	
3	Составить фигуры планиметрии и стереометрии (спички, пластилин).	1	
	Измерение отрезков и углов.	2	
4	Измерение отрезков. Провешивание прямой на поверхности земли.	1	
5	Измерение углов (практические задачи: измерение углов, образуемых стрелками часов, вычисление угла при повороте зубчатых колес).	1	
	Взаимное расположение точек и прямых.	6	

6	Взаимное расположение точек прямых на плоскости и в пространстве (конструирование). Взаимное расположение прямых и плоскостей.	1	
7	Параллельные прямые на плоскости в пространстве (пространственные фигуры: параллелепипед, призма, пирамида)	1	
8	Перпендикулярные прямые на плоскости в пространстве (пространственные фигуры: параллелепипед, призма, пирамида)	1	
9	Задачи на расположение точек и прямых на плоскости в пространстве	1	
10	Конфигурация Паскаля. Конфигурация Дезарга.	1	
11	Геометрические фигуры, их объединения и пересечения.	1	
	Геометрические фигуры.	2	
12	Составление кроссвордов и отгадывание ребусов с использованием геометрических понятий.	1	
13	Замечательные линии треугольника на плоскости и в пространстве.	1	
	Треугольник. Признаки равенства треугольников.	6	
14	Пространственные фигуры, составление из равнобедренных, равносторонних треугольников	1	
15	Задачи на доказательство использования I признака равенства треугольников. Метод от противного.	1	
16	Равнобедренный треугольник, его свойство. Пространственные фигуры, состоящие из равнобедренного треугольника (пирамида).	1	
17-19	Задачи на доказательство. III уровень.	3	
	Признаки параллельности прямых.	3	
20-21	Параллельные прямые на плоскости и в пространстве.	2	
22	Признаки параллельности прямых. Практические задачи.	1	
	Сумма углов треугольника.	2	
23	Сумма углов треугольника. Внешние углы.	1	
24	Прямоугольный треугольник, его свойства. Практические задачи.	1	
	Геометрические неравенства.	2	
25-26	Геометрические неравенства.	2	
	Вписанный и описанный треугольник	3	
27	Окружность, описанная около треугольника.	1	
28	Окружность, вписанная в треугольник.	1	
29	Решение задач	1	
	Задачи на построение.	5	
30-32	Построение треугольника по его элементам. Задачи II и III уровня.	3	
33	Геометрическое место точек. Метод геометрических мест.	1	
34, 35	Урок-игра (обобщающий) по теме: «Углы и треугольники в пространстве и на плоскости»	2	
		35	

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

7 класс

В направлении *личностного развития*:

- Сформированность ответственного отношения к учению; уважительного отношения к труду
- Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению

В направлении *метапредметного* развития:

- Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:
- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- выделять общую точку зрения в дискуссии;
- договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;

Предметные результаты

Учащийся научится (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне).

Геометрические фигуры

- Оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция,

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Измерения и вычисления

- Оперировать представлениями о длине, площади, объеме как величинами. проводить простые вычисления на объемных телах;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- проводить вычисления на местности;
- применять формулы при вычислениях в смежных учебных предметах, в окружающей действительности.

Геометрические построения

- Изображать геометрические фигуры по текстовому и символическому описанию;
- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,

- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;
- изображать типовые плоские фигуры и объемные тела с помощью простейших компьютерных инструментов.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

Учащийся получает возможность научиться в 7 классе (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях)

Геометрические фигуры

- Свободно оперировать понятиями геометрических фигур;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе, предполагающих несколько шагов решения;
- формулировать в простейших случаях свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Отношения

- Свободно оперировать понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция,

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать отношения для решения задач, возникающих в реальной жизни.

Геометрические построения

- свободно оперировать чертежными инструментами в несложных случаях,
- выполнять построения треугольников, применять отдельные методы построений циркулем и линейкой и проводить простейшие исследования числа решений;

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. В каждом из следующих случаев определите вид треугольника:
 - а) сумма любых двух углов больше 90° ;
 - б) каждый угол меньше суммы двух других углов.
2. Медиана и высота треугольника, проведенные из одной вершины угла треугольника, делят этот угол на три равные части. Докажите, что треугольник прямоугольный.
3. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.
4. На стороне BC треугольника ABC постройте точку, равноудаленную от точек A и C.
5. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны, если $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $AM=A_1M_1$, где AM и A_1M_1 – медианы треугольников.

Подборка задач с практическим содержанием

1. Как найти расстояние между недоступными для геодезиста точками А и Б, используя признак параллелограмма?
2. На большом участке земли проведено X параллельных прямых, а потом под углом 60° к ним еще Y параллельных прямых. Сколько различных параллелограммов получилось на этом участке?
3. Ученику поручили изготовить щит, который должен закрыть нишу прямоугольной формы. Сколько размеров и какие он должен снять, чтобы изготовить этот щит?
4. В прямоугольной пластине нужно просверлить круглое отверстие на равном расстоянии от ее вершин. Как найти центр этого отверстия?
5. Фруктовый сад совхоза имеет форму прямоугольника, стороны которого относятся как 16:11, причем его ширина меньше длины на 250 м. За сколько времени сторож обойти вдоль забора весь участок, идя со скоростью 4 км/ч?
6. Столяру нужно изготовить подставку в форме четырехугольника. Сколько и какие размеры он должен иметь для выполнения этого заказа? Что должен измерить столяр, если подставка имеет форму: а) параллелограмма; б) прямоугольника; в) ромба; г) квадрата; д) равностороннего треугольника?
7. При проверке рудничных путей оказалось, что рельсы на каждый метр своей длины имеют подъем, равный 1,75 см. Найдите угол подъема пути.
8. На прямолинейном участке железнодорожного пути, идущем в гору, находятся два пункта А и В, расстояние между которыми равно 470 м. Пункт Б расположен на 8 м выше пункта А. Найдите угол подъема пути на участке АВ.
9. Тело массой m , равной 300 кг лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α равный 20° . Найдите скатывающую силу $|\overline{F}|$ и силу давления тела на плоскость $|\overline{Q}|$.
10. Параллельно стенду на расстоянии 500 м от него расположена цепь стрелков. Расстояние между крайними стрелками равно 120 м, дальность полета пули равна 2,8 км. Какой участок стенда находится под обстрелом этой цепи?
11. Найдите ширину железнодорожного полотна при его основании и площадь поперечного сечения полотна дороги, если ширина его наверху 5,6 м, длина ската 4,2 м, а откос полуторный. (Откос равен отношению проекции ската на основание откоса к высоте ската.)

Подборка задач, содержащие стереометрический материал

1. Докажите, что диагональное сечение параллелепипеда – параллелограмм.
2. Докажите, что отрезок, соединяющий центры симметрии двух противоположных граней параллелепипеда, проходит через центр симметрии параллелепипеда и делится им пополам.
3. Найдите площадь поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: а) 3;4; 5; б) 8 см; 1, 5 см; 30 см; в) 20 см; 3 дм; 1,2 м; г) 1; 1; x; д) A, B, C .
4. Куб с ребром 6 разрезали на кубы с рёбрами 2. Сравните суммарную площадь поверхности полученных кубов с площадью поверхности исходного куба.
5. Кубический ящик имеет толщину стенок, равную 0,1 его ребра. Сколько процентов объёма ящика составляет объём его стенок?
6. Внутренние размеры резервуара для хранения жидкости, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, таковы: длина – 6 м, ширина – 4 м, а глубина – 2,5 м. Резервуар сделан из бетона и толщина его стен и дна равна 0,5. Какова ёмкость резервуара? Сколько кубометров бетона затратили на его изготовление? Сколько кв. м керамической плитки пойдёт на облицовку внутренностей резервуара и его верхнего края?
7. Найдите высоту правильной четырёхугольной пирамиды, если: а) боковое ребро равно 10, а диагональ основания – 12; б) все рёбра её равны 1.
8. Найдите: а) диагональ куба с ребром A ; б) расстояние от центра единичного куба – точки пересечения диагоналей - до его вершины.
9. Найдите ребро куба, диагональ которого равна 1.
10. Найдите: а) диагональ прямоугольного параллелепипеда с измерениями x , $1-x$, $1+x$; б) ребро прямоугольного параллелепипеда с диагональю x и двумя другими рёбрами 1 и 2.
11. Нарисуйте прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и проведите его диагональ AC_1 . Нарисуйте проекции наклонной AC_1 на плоскости граней этого параллелепипеда. Назовите углы между диагональю AC_1 и плоскостями граней параллелепипеда.

Утверждено
приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06-87/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«Нестандартные задачи элементарной математики»
для 8 класса**

Срок реализации программы 1 год

Составитель программы: Чвалаева О.А., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательного стандарта основного общего образования для классов с углубленным изучением математики.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	8 класс
Количество учебных недель	35
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	35

Уровень подготовки учащихся: - углубленный

Программа включает в себя содержание, тематическое планирование, планируемые результаты, также как приложения 1, 2 содержит оценочные и методические материалы.

Понятия модуля и параметра являются важными математическими понятиями, которые систематически используются в школьном курсе математики и в смежных дисциплинах. Однако, в программах по математике для 8-х классов заданий, содержащих модули и параметры, недостаточно. Поэтому даже простейшие из них вызывают у учащихся затруднения, объясняемые главным образом недостаточной практикой при решении подобных заданий.

Всякое задание с параметром предполагает некоторое исследование, а, следовательно, способствует достижению учащимися творческого уровня мышления с глубоким пониманием причинно-следственных отношений рассматриваемых процессов, формированию логического мышления и математической культуры учащихся. Кроме того, ученики, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются и с другими задачами. Это и являлось основой для создания программы дисциплины «Нестандартные задачи элементарной математики».

Элективный курс предназначен для учащихся 8 классов. Программа рассчитана на 34 часа, один час в неделю. Спецкурс построен с опорой на знания и умения учащихся, приобретенных ими при изучении курса алгебры в 5-7 классе, и позволяет расширить круг задач, предлагаемых учащимся для решения, за счет задач, решаемых нестандартными методами и приемами. Появляется возможность отработать стандартные умения и навыки в процессе решения более сложных задач, что бывает затруднительно сделать на уроках с одаренными детьми, которые быстро теряют интерес к решению однотипных задач. Дисциплина дает возможность реализовать учащимся свой интерес к математике. Кроме того, данный материал способствует пониманию неразрывности математических идей и методов. Данный элективный курс позволит учащимся в дальнейшем перейти к освоению уже существующих в лицее ИГУ программ «Нестандартные задачи элементарной математики» для 9–11 классов.

Основные цели дисциплины:

1. Способствовать выбору учащимся дальнейшего профиля обучения.
2. Научить учащихся решать линейные и квадратные уравнения, содержащие модули и параметры различными методами.
3. Развивать исследовательские навыки при решении задач.

Основные задачи дисциплины:

1. Продолжить формирование логического мышления и математической культуры у учащихся.
2. Предоставить возможность приобретения достаточных практических навыков в решении заданий, выходящих за рамки основного курса обучения.
3. Воспитывать у учащихся чувство уважения к другому человеку, его мнению и выбору.
4. Развивать у учащихся интерес к предмету.

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ПРОГРАММЫ

I. Функции и графики (12 часов)

Функциональная зависимость, область определения и область значения функции. График функции. Функция прямой и обратной пропорциональной зависимости, их графики и свойства. Функции $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$. Свойства и графики этих функции. Преобразования графиков функций. Графический метод решения уравнений. Количество корней уравнения. Графический метод решения линейных неравенств и их систем.

II. Модуль. Решение уравнений, содержащих знак модуля (10 часов)

Алгебраическое и геометрическое определения модуля. Свойства модуля. Преобразование выражений, содержащих модули. Доказательство тождеств. Решение уравнений, содержащих модуль. Решение неравенств с модулем. Графическое решение уравнений и неравенств с модулем.

III. Уравнения с параметрами (13 часов)

Понятие параметра. Линейные уравнения с параметрами. Решение линейных уравнений с параметрами при дополнительных условиях. Квадратные уравнения с параметрами. Исследование квадратных уравнений с параметрами. Применение теоремы Виета для решения задач с параметрами. Графический способ решения уравнений с параметрами.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Темы	Кол-во часов
I. Функции и графики. 12 часов		
1	Функциональная зависимость, область определения и область значения функции. График функции.	1
2	Функция прямой и обратной пропорциональной зависимости, их графики и свойства.	1
3	Функция прямой и обратной пропорциональной зависимости, их графики и свойства.	1
4	Функции $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$. Свойства и графики этих функции.	1
5	Функции $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$. Свойства и графики этих функции.	1
6	Преобразования графиков функций.	1
7	Преобразования графиков функций.	1
8	Функция $y = x $ и её свойства.	1
9	Преобразование графиков функций, содержащих модуль.	1
10	Преобразование графиков функций, содержащих модуль.	1
11	Графический метод решения уравнений. Количество корней уравнения.	1
12	Графический метод решения линейных неравенств и их систем.	1
II. Модуль. Решение уравнений, содержащих знак модуля. 10 часов		
13	Алгебраическое и геометрическое определения модуля.	1
14	Свойства модуля	1
15	Преобразование выражений, содержащих модули.	1
16	Доказательство тождеств.	1
17	Решение уравнений, содержащих модуль.	1
18	Решение уравнений, содержащих модуль.	1
19	Решение неравенств с модулем.	1
20	Решение неравенств с модулем.	1
21	Графическое решение уравнений с модулем.	1
22	Графическое решение уравнений с модулем.	1
III. Уравнения с параметрами. 11 часов		

23	Понятие параметра	1
24	Линейные уравнения с параметрами	1
25	Линейные уравнения с параметрами	1
26	Решение линейных уравнений с параметрами при дополнительных условиях	1
27	Решение линейных уравнений с параметрами при дополнительных условиях	1
28	Квадратные уравнения с параметрами	1
29	Квадратные уравнения с параметрами	1
30	Исследование квадратных уравнений с параметрами	1
31	Исследование квадратных уравнений с параметрами	1
32	Применение теоремы Виета для решения задач с параметрами	1
33, 34	Графический способ решения уравнений с параметрами.	2
35	Итоговое занятие.	1
Всего		34

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

Личностные результаты:

- 9) ответственное отношение к учению, готовность и способность учащихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- 10) коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- 11) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- 12) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- 13) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- 14) первоначальное представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- 15) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 16) креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;

Метапредметные результаты:

- 1) способность самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- 2) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;
- 3) умение осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;
- 4) способность адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- 5) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- 6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- 7) развитие способности организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, взаимодействовать и находить общие способы работы; умения работать в

группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

8) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

9) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

32) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

33) развитие способности видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;

34) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

35) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

36) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

37) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

38) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

39) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- определять ООФ и ОЗФ функции;
- строить и преобразовывать графики функций;
- определять вид функции по ее графику;
- раскрывать модуль; использовать свойства модуля при доказательстве свойств;
- применять свойства модуля при решении уравнений и неравенств.
- решать линейные уравнения с параметрами;

Учащийся сможет научиться:

- применять графический метод при решении уравнений и неравенств
- применять различные приемы при решении квадратных уравнений с параметрами.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Разработка занятия по теме: «Решение квадратных уравнений с параметрами»

Цели занятия:

1. Закрепить навыки решения квадратных уравнений.
2. Учиться решать задачи с дополнительным условием.
3. Развивать грамотную математическую речь.
4. Учиться применять знания в незнакомой ситуации.
5. Готовить учащихся к выбору профиля.

Ход занятия:

1. Организационный момент: ребята знакомятся с темой занятия.
2. Устная работа: проводится в форме игры «Теоретический футбол». Ученики

заранее готовят вопросы, задают их друг другу, как будто передают мяч. Например:

- Что такое модуль числа a ?
- Что такое ОДЗ?
- Условие наличия корней квадратного уравнения.
- Что такое параметр.
- Дать определение модуля.

3. Работа по карточкам (3 человека решают в тетрадях). Проверка и обсуждение решений с помощью документ-камеры.

Карточка 1. Решить уравнение: $x^2 + 2(1 + \sqrt{8})x + 8\sqrt{2} = 0$.

Карточка 2. Решить уравнение: $x^2 - 5x - 3 + a = 0$.

Карточка 3. Решить уравнение: $ax^2 - (\sqrt{x+3})^2 - 8 = 0$.

При проверке третьего уравнения необходимо обратить внимание на ОДЗ $x \geq -3$.
Используется прием опережающего обучения, идет подготовка к изучению неравенств.

4. Класс решает задачи с параметрами:

Задача 1. Один из корней квадратного уравнения $x^2 + px - 28 = 0$ равен 7, найти сумму корней данного уравнения.

Задача 2. Решить уравнение: $ax^2 - (2a + 6)x + 3 = 0$.

Проверка решений с комментариями с помощью документ-камеры.

5. Решение задачи: при каких значениях параметра a , уравнение $ax^2 + x - 3a = 0$ имеет единственный корень?

Следует обратить внимание учащихся на дополнительное условие, наложенное на уравнение. Обсудить алгоритм решения. Сделать акцент на возможность использования таблицы исследования количества, знаков и расположения на числовой прямой корней квадратного уравнения.

6. Подведение итогов занятия.

7. Домашнее задание: предлагаются групповые задания с последующими докладами и их обсуждением.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1. В зависимости от значения параметра a решите уравнение $ax=5$.
2. В зависимости от значения параметра b решите уравнение $\frac{y}{b-2}=3$.
3. Для всех значений параметра a решите уравнение $3z-6=a(z-2)+1$.
4. Для всех положительных значений параметра k решите уравнение $\frac{2x}{k-1}=\frac{1}{2}$.
5. Найдите значение параметра t , при котором уравнение $\frac{2-x}{t+1}=0$ не имеет решения.
6. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $|x-2|=kx$ имеет единственное решение.
7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $5x-25=a(-x+5)$ имеет решение.
8. Найдите значение параметра t , при котором уравнение $\sqrt{2x-1}=-2t$ не имеет решения.
9. При каких значениях параметра d , корнем уравнения $3x^2-4bx+5b^2-5=0$ является 1?
10. При каких значениях параметра a , уравнение $x^2-4x+a=0$ имеет два равных корня?
11. При каких значениях параметра t , уравнение $x^2-5x+2t=0$ имеет два различных корня?
12. При каких значениях параметра c , уравнение $cx^2-7x-14=0$ имеет один корень?
13. При каких значениях параметра b , уравнение $-2x^2+4x-3b+1=0$ имеет два корня с различными знаками?
14. Найти все значения параметра p , при которых уравнение $|x-1|=p+1$ не имеет решения. Использовать графический метод.
15. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $|x-2|+1=|x+a|$ имеет два решения. Использовать графический метод.

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ г. Иркутска (МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска)**

Утверждено приказом директора МАОУ Лицея ИГУ
г.Иркутска № 01-06-87/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДМЕТА
«Нестандартные задачи элементарной математики»
для 9 класса**

Срок реализации программы 1 год

Составители программы: Коваленок И.Л., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2021 год

Пояснительная записка

Рабочая программа спецкурса «Нестандартные задачи элементарной математики» отвечает требованиям к планируемым результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования, реализующей ФГОС ООО, с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ в классах с углубленным изучением математики.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	9 класс
Количество учебных недель	34
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	34

Уровень подготовки учащихся - углубленный.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, требования к уровню математической подготовке учащихся, также в нее как приложения включены оценочные и методические материалы.

Литература:

7. Алгебра: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2017.
8. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре 8-9 / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – М. : Просвещение, 2016
9. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. - М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2010. - 336 с.

Содержание программы

I Действительные числа (12 часов)

Целые числа. Делимость целых чисел. Признаки делимости. Деление целых чисел с остатком. Сравнимость по модулю целых чисел. Решение уравнений в целых числах. Решение текстовых задач на составление уравнений и неравенств в целых числах. Метод математической индукции.

Рациональные и иррациональные числа. Замкнутость множества рациональных чисел. Доказательство существования иррациональных чисел. Десятичные приближения иррациональных чисел. Действительные числа. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Модуль действительного числа и его свойства. Сравнение действительных чисел. Свойства числовых неравенств. Неравенство Коши (Евклида). Доказательство числовых неравенств. Неравенство Коши-Буняковского, использование неравенств для оценки значений функции.

II Уравнения и неравенства с параметрами (13 часов)

Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений с параметрами. Решение линейных неравенств с параметрами. Квадратный трехчлен в задачах с параметрами. Теорема Виета. Расположение корней квадратного трехчлена на числовой оси. Отбор корней квадратного трехчлена.

III Графики и графические методы (9 часов)

Построение графиков функций и геометрических мест точек, удовлетворяющих заданным условиям. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом сечений.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков.	Кол-во часов	Контроль
	Действительные числа	12	
1	Натуральные числа. Поразрядная запись натурального числа.	1	
2	Решение задач в целых числах.	1	
3	Целые числа. Делимость целых чисел.	1	
4	Признаки делимости.	1	
5	Решение уравнений в целых числах методом разложения на множители.	1	
6	Свойства числовых неравенств.	1	
7	Основные методы доказательства числовых неравенств.	1	
8	Доказательство числовых неравенств.	1	
9	Неравенство Коши (Евклида).	1	
10	Модуль действительного числа и его свойства.	1	
11	Решение задач на использование свойств модуля числа.	1	
12	Контрольная работа.		1
	Уравнения и неравенства с параметрами.	13	
13	Решение линейных уравнений с параметрами.	1	
14, 15	Решение систем линейных уравнений с параметрами.	2	
16	Решение линейных неравенств с параметрами.	1	
17	Квадратные уравнения с параметрами.	1	
18 - 20	Исследование квадратных уравнений с параметрами.	3	
21	Исследование квадратных неравенств с параметрами.	1	
22	Теорема Виета.	1	
23, 24	Применение теоремы Виета к решению задач с параметрами.	1	
25	Контрольная работа.		1
	Графики и графические методы	8	
26	Графики линейных функций, содержащих знак модуля.	1	
27	Графики квадратичных функций, содержащих знак модуля.	1	
28	Построение геометрических мест точек, заданных алгебраическими уравнениями и неравенствами.	1	
29	Построение геометрических мест точек, заданных системами алгебраических уравнений и неравенств.	1	
30	Метода сечений семейством линий $y=a$ для определения количества решений уравнений, содержащих параметры.	1	
31, 32	Решение задач методом сечений.	2	
33	Итоговая работа.		1
34	Итоговое занятие	1	

Планируемые результаты

Личностные результаты

– ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

- решать задачи с использованием признаков делимости на 2, 3, 5, 9;
- использовать в задачах поразрядную запись натурального числа;
- решать уравнения в целых числах методом разложения на множители;
- доказывать простые числовые неравенства преобразованием к очевидному;
- решать линейные уравнения, неравенства и их системы с параметрами;
- различным подходам к отбору корней квадратного уравнения;
- применять теорему Виета при отборе корней квадратного трехчлена;
- различным методам построения геометрических мест точек на координатной плоскости, задаваемых алгебраическими уравнениями, неравенствами, системами уравнений и неравенств;
- решать простейшие задачи с параметром методом сечений
- строить графики линейной, квадратичной, дробно-линейной функций, содержащие знак модуля;

- определять количество решений уравнений с параметрами методом сечений семейств линий $y = a$.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- интерпретировать полученные результаты.

Учащиеся получают возможность научиться:

- проводить отбор корней квадратного уравнения графическим методом (расположение параболы на координатной плоскости);
- строить геометрические места точек, задаваемые алгебраическими уравнениями, неравенствами и их системами.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Подборка задач по теме «Действительные числа»

9 класс

1. Найти все пятизначные числа вида $67m1n$ (m и n - цифры), которые делятся на 36.
2. Найти все пятизначные числа вида $2m57n$ (m и n - цифры), которые делятся на 15.
3. Найти все пятизначные числа вида $517mn$ (m и n - цифры), которые делятся на 18.
4. Найти все пятизначные числа вида $74m3n$ (m и n - цифры), которые делятся на 45.
5. Доказать, что разность любого трехзначного числа и трехзначного числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 9.
6. Докажите, что трехзначное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, делится на 37.
7. Докажите, что если в трехзначном числе две последние цифры одинаковы, а сумма его цифр делится на 7, то и само число делится на 7.
8. К числу 15 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
9. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.
10. Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить 0.
11. Между цифрами двузначного числа, кратного 3, вставили 0, и к полученному трехзначному числу прибавили удвоенную цифру его сотен. Получилось число в 9 раз больше первоначального. Найдите исходное число.
12. К числу 15 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
13. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.
14. Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить 0.
15. Между цифрами двузначного числа, кратного 3, вставили 0, и к полученному трехзначному числу прибавили удвоенную цифру его сотен. Получилось число в 9 раз больше первоначального. Найдите исходное число.
16. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если к искомому числу прибавить 36, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.
17. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.

18. Доказать неравенства:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc;$$

$$(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2);$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 \geq \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}.$$

19. Доказать, что $a^4 + b^4 + c^4 \geq a + b + c$, если $abc=1$, $a > 0$, $b > 0$.

20. Доказать, что $\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c$, ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$).

21. Доказать, что $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$).

22. Докажите, что если $a^2 + b^2 = 1$, то $|a + b| \leq \sqrt{2}$.

23. Докажите, что если $a + b = 1$, то $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

24. Решить уравнение в натуральных числах: $x^2 - y^2 = 221$.

25. Решить уравнение в целых числах: $x^2 - y^2 = 91$.

26. Решить уравнение в целых числах: $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Контрольная работа № 1

1. Решите в целых числах уравнения: а) $x^2 - 3xy = x - 3y + 2$; б) $x^2 - xy - 2y^2 = 1$.
2. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 3, а в остатке 7. Найдите это число.
3. Докажите, что при любом натуральном n а) $n(n+1)$ кратно 2; б) $n(2n-1)(2n+1)$ кратно 3.
4. Докажите неравенство $a^2 + b^2 \geq 2(a+b-1)$.
5. Сравните числа $\sqrt{23} - \sqrt{11}$ и $\sqrt{22} - \sqrt{10}$.
6. Верно ли, что: а) если $a > 3$, то $|a| > 3$; б) если $a < 4$, то $|a| < 4$; в) если $a < -2$, то $|a| > 2$; г) если $-5 < a < 5$, то $|a| < 5$?

Контрольная работа № 2

1. Для каждого значения параметра a решить уравнение $(a^2 - 4)x = a^2 - 2a - 8$.
2. При каких значениях параметра m сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (m-1)x + m^2 - 1,5 = 0$ наибольшая?
3. Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 + (2a+4)x + 8a + 1 \leq 0$ не имеет решений.

Контрольная работа № 3

1. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют условиям:
 - 1) $(y - -2)^2 = (x + 1)^2$;

$$2) |x-3| + |y+2| = 1;$$

$$3) x^2 + y^2 - 2|x| + 4y + 1 \leq 0;$$

$$4) \begin{cases} |x-y| \leq 1 \\ (x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \leq 0 \end{cases}$$

$$2. \text{ Постройте график функции } y = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ 0,5x-1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2-6x+8, & \text{если } x > 2. \end{cases} \text{ При каких}$$

значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с графиком этой функции четыре общих точки?

$$3. \text{ Постройте график функции } y = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 4} \text{ и определите, при каких}$$

значениях c построенный график будет иметь ровно одну общую точку с прямой $y = cx$.

Утверждено приказом директора
МАОУ Лицея ИГУ г. Иркутска
№ 01-06- 87/2 от 28.05.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
Курса «Дискретная математика»
8-9 классы**

Срок реализации программы 2 года

Составитель программы: Кузьмин О.В., доктор физ.-мат. наук,
профессор, Заслуженный учитель РФ,
учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г. Иркут-
ска

г. Иркутск, 2021 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ.

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу десятого и одиннадцатого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	8 класс	9 класс	Всего
Количество учебных недель	35	34	69
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	35	34	69

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (отдельный обязательный учебный предмет).

Учебники:

1. Кузьмин О.В. Комбинаторные методы решения логических задач: учеб. пособ. / О.В. Кузьмин. – М.: Дрофа, 2006
2. Кузьмин О.В. Перечислительная комбинаторика: учеб. пособ. / О.В. Кузьмин. – М.: Дрофа, 2005
3. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2017.

Дополнительная литература:

4. Афанасьев В. В., Суворова М. А. Школьникам о вероятности в играх. Введение в теорию вероятностей для учащихся 8-11 кл. – Ярославль: Академия развития, 2006. – 192 с.
5. Шахмейстер А. Х. Комбинаторика. Статистика. Вероятность. – СПб.: Петроглиф: Виктория плюс; М.: МЦНМО, 2018. – 296 с.

Литература для учителя:

6. Бунимович Е. А., Булычев В. А. Основы статистики и вероятность. 5-11 кл.: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2008. – 286 с.
7. Тюрин Ю. Н. и др. Математика. Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учеб. пособие для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений – М.: МЦНМО, 2014. – 248 с.
8. Тюрин Ю. Н. и др. Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО: МИОО, 2008. – 56 с.

Содержание программы по курсу «Дискретная математика» в 8-9 классах.

8 классы

Тема 1. Введение в теорию множеств (9 часов)

Понятие множества. Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства. Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры. Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства. Законы де Моргана.

Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества. Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества.

Правила суммы и произведения конечных множеств. Метод включения и исключения.

Тема 2. Элементы комбинаторики (7 часов)

Комбинаторные задачи. Перебор возможных вариантов. Сочетания. Число сочетаний. Размещения. Число размещений. Перестановки и факториал. Число перестановок.

Тема 3. Начальные сведения статистики и теории вероятностей (9 часов)

Способы представления данных. Статистические характеристики набора данных.

Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события.

Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей. Решение задач на классическое определение вероятностей.

Несовместные, противоположные и независимые события. Сложение и умножение вероятностей.

Тема 4. Элементы логики (10 часов)

Основные понятия логики. Логические задачи. Решение логических задач методом рассуждения. Решение логических задач с помощью кругов Эйлера. Решение логических задач методом составления таблиц.

Утверждения. Противоположные утверждения. Прямое и обратное утверждения. Достаточные и необходимые условия

9 классы

Тема 1. Бинарные отношения и соответствия

Соответствие между множествами. График и граф соответствия. Связь с понятием функции в курсе алгебры и начал анализа.

Отношения на множестве. Примеры отношений. Решение задач на соответствия. Бинарные отношения, их свойства. Решение задач на отношения.

Тема 2. Графы и элементы логики

Понятие конечного графа. Полный граф, обход графа, цикл. Связный граф, понятие дерева. Решение логических задач с помощью графов.

Высказывания. Истинные и ложные высказывания. Сложные высказывания. Алгебра высказываний. Операции алгебры высказываний. Решение задач.

Тема 3. Элементы комбинаторики

Дискретное восприятие мира. Комбинаторные модели в физике и естествознании.

Правила суммы и произведения. Метод включения-исключения.

Подмножества конечных множеств. Сочетания. Упорядоченные подмножества. Перестановки и размещения. Основные соотношения.

Мультимножества и их подмножества. Сочетания с повторениями. Число сочетаний с повторениями. Основные соотношения. Размещения с повторениями. Число размещений с повторениями. Основные соотношения. Перестановки с повторениями и разбиения. Число перестановок с повторениями и разбиений. Основные соотношения.

Тема 4. Элементы теории вероятностей (8 часов)

Случайные события и случайные величины. Распределение вероятностей. Характеристики случайных величин.

Независимость случайных величин. Испытания Бернулли. Формула Бернулли. Решение задач.

Тематическое планирование

8 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Тема 1. Введение в теорию множеств	9	
1	Элементы множества и его подмножества. Универсальное и пустое множества, их свойства.	1	
2	Понятие мощности множества. Конечные множества. Понятие бесконечного множества, примеры.	1	
3	Диаграммы Венна и круги Эйлера. Операции над множествами и их основные свойства.	1	
4	Законы де Моргана.	1	
5	Декартово произведение множеств. Упорядоченные множества.	1	
6	Кортеж. Понятия разбиения и мультимножества.	1	
7	Правила суммы и произведения конечных множеств.	1	
8	Метод включения и исключения.	1	
9	Контрольная работа № 1.		1
	Тема 2. Элементы комбинаторики	7	
10, 11	Сочетания. Число сочетаний.	2	
12, 13	Размещения. Число размещений	2	
14, 15	Перестановки и факториал. Число перестановок	2	
16	Контрольная работа № 2.	1	
	Тема 3. Начальные сведения статистики и теории вероятностей	9	
17	Способы представления данных		
18	Статистические характеристики набора данных	1	
19	Равновозможность. Благоприятные исходы. Вероятность. Достоверное и невозможное события.	1	
20, 21	Статистический, классический и геометрический подходы к вычислению вероятностей	2	
22	Решение задач на классическое определение вероятностей	1	
23	Несовместные, противоположные и независимые события.	1	

24	Сложение и умножение вероятностей.	1	
25	Контрольная работа № 3.		1
	Тема 4. Элементы логики	10	
26	Основные понятия логики. Логические задачи.	1	
27	Решение логических задач методом рассуждения.	1	
28	Решение логических задач с помощью кругов Эйлера.	1	
29, 30	Решение логических задач методом составления таблиц.	1	
31	Утверждения. Противоположные утверждения.	1	
32	Прямое и обратное утверждения.	1	
33	Достаточные и необходимые условия	1	
34	Контрольная работа № 4.		1
35	Итоговое занятие.	1	

9 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Тема 1. Бинарные отношения и соответствия	8	
1	Соответствие между множествами. График и граф соответствия.	1	
2	Связь с понятием функции в курсе алгебры и начал анализа.	1	
3	Отношения на множестве. Примеры отношений.	1	
4	Решение задач на соответствия.	1	
5, 6	Бинарные отношения, их свойства.	2	
7	Решение задач на отношения.	1	
8	Контрольная работа № 1.		1
	Тема 2. Графы и элементы логики	8	
9	Понятие конечного графа. Полный граф, обход графа, цикл.	1	
10	Связный граф, понятие дерева.	1	
11, 12	Решение логических задач с помощью графов.	2	
13	Высказывания. Истинные и ложные высказывания. Сложные высказывания.	1	
14	Алгебра высказываний. Операции алгебры высказываний.	1	
15	Решение задач.	1	
16	Контрольная работа № 2.	1	
	Тема 3. Элементы комбинаторики	10	
17	Дискретное восприятие мира. Комбинаторные модели в физике и естествознании.	1	
18	Правила суммы и произведения.	1	

19	Метод включения-исключения.	1	
20	Подмножества конечных множеств. Сочетания.	1	
21	Упорядоченные подмножества. Перестановки и размещения. Основные соотношения.	1	
22	Мультимножества и их подмножества.	1	
23	Сочетания с повторениями. Число сочетаний с повторениями. Основные соотношения	1	
24	Размещения с повторениями. Число размещений с повторениями. Основные соотношения	1	
25	Перестановки с повторениями и разбиения. Число перестановок с повторениями и разбиений. Основные соотношения.	1	
26	Контрольная работа № 3.		1
	Элементы теории вероятностей	8	
27	Случайные события и случайные величины.	1	
28	Распределение вероятностей.	1	
29	Характеристики случайных величин.	1	
30	Независимость случайных величин.	1	
31	Испытания Бернулли. Формула Бернулли	1	
32	Решение задач.	1	
33	Контрольная работа № 4.		1
34	Итоговое занятие.	1	

Планируемые результаты

8 класс

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

- владеть комбинаторно-логическими и стохастическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения комбинаторных конфигураций, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах комбинаторных объектов, проводить в несложных случаях классификацию комбинаторных объектов по различным основаниям;
- исследовать чертежи и схемы, включая визуальные представления графов, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах и схемах;
- решать задачи комбинаторно-логического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные рассуждения, исследовать возможность применения теорем и формул комбинаторики и теории вероятностей для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать комбинаторно-логические утверждения;
- применять вероятностные и статистические методы при решении задач

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием вероятностных и статистических характеристик математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Учащиеся получают возможность научиться:

- свободно оперировать вероятностными и статистическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы конфигураций.

9 классы

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

- владеть комбинаторно-логическими и стохастическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения комбинаторных конфигураций, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах комбинаторных объектов, проводить в несложных случаях классификацию комбинаторных объектов по различным основаниям;
- исследовать чертежи и схемы, включая визуальные представления графов, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах и схемах;
- решать задачи комбинаторно-логического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул комбинаторики и теории вероятностей для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать комбинаторно-логические утверждения;
- применять вероятностные и статистические методы при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

составлять с использованием вероятностных и статистических методов математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Ученик получит возможность научиться:

- свободно оперировать вероятностными и статистическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы конфигураций.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Оценочные материалы

Контрольная работа №1

11. Запишите определения: пустое множество, подмножество, мультимножество.
12. Запишите множество, состоящее из двух элементов; из трех элементов.
13. Найдите декартово произведение отрезка $[1; 3]$ на отрезок $[2; 4]$.
14. Найдите пересечение множеств A и B , если: а) $A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{5, 4, 6, 1\}$;
б) A – множество целых чисел, B – множество натуральных чисел.
15. Выпишите все подмножества множества $C = \{a, b, d, e\}$.

Контрольная работа №2

11. Напишите формулу перестановок и размещений.
12. Число сочетаний из n по 2 равно 21. Найдите n .
13. Сколько способов существует, чтобы посадить 5 человек за круглым столом?
14. Сколькими способами можно выбрать 8 яблок из пакета с 12 яблоками?
15. В коробке 5 кубиков, пронумерованных от 1 до 5. Из коробки вынимаются друг за другом 3 кубика и в этом же порядке записываются полученные цифры. Сколько трехзначных чисел можно таким образом записать?

Контрольная работа №3

11. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.
12. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и помнит лишь то, что эти цифры не обязательно различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
13. В группе 14 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажется 4 отличника.
14. Территория нефтебазы имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 30 м. На территории имеется емкость диаметром 10 м. Какова вероятность поражения емкости бомбой, попавшей на территорию нефтебазы, если попадание бомбы в любую точку равновероятное?
15. Вероятность того, что завтра утром пойдет дождь, равна 0,3. Вероятность того, что будет ветер 0,4. Какова вероятность того, что завтра утром будет дождь и ветер?

Контрольная работа №4

1. Инспектору стало известно, что был ограблен ювелирный магазин. Он знал, что это мог совершить либо матерый уголовник по кличке Лось, либо молодой воришка по кличке Малой, либо работник этого магазина Балалайкин, у которого возникли финансовые трудности. Инспектору из разных источников стало известно, что: магазин ограбил не Балалайкин; магазин ограбил Малой. Оказалось, что одно сообщение верно, а другое – ложно. Кто совершил кражу?
2. Один из пяти братьев – Никита, Глеб, Игорь, Андрей или Дима – испек маме пирог. Когда она спросила, кто сделал ей подарок, братья ответили следующее: Никита: "Пирог испек Глеб или Игорь". Глеб: "Это сделал не я и не Дима". Игорь: "Вы оба шутите". Андрей: "Нет, один из них обманул, а другой сказал правду". Дима: "Нет, Андрей, ты не прав". Мама знает, что трое из сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?
3. Комната площадью 12 м^2 покрыта тремя коврами. Площадь первого ковра 5 м^2 , второго – 4 м^2 , третьего – 3 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади $1,5\text{ м}^2$, причем $0,5\text{ м}^2$ из этих $1,5\text{ м}^2$ закрыты всеми тремя коврами. Найдите площадь пола не покрытую коврами. Покрытую лишь первым ковром.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Задачи по теме «Подмножества конечных множеств. Сочетания»

1. В классе 40% мальчиков. Математический кружок посещают 40% учеников, при этом 40% участников математического кружка составляют девочки. Какая часть мальчиков посещает математический кружок?
2. Учитель задал на уроке замысловатую задачу. В результате количество мальчиков, решивших эту задачу, оказалось равным числу девочек, ее не решивших. Кого в классе больше – решивших задачу или девочек?
3. 25 лицеистов, встретившись перед уроком дискретной математики, обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?
4. Сколько диагоналей имеется в выпуклом n -угольнике?
5. На плоскости даны n точек, никакие три из которых не расположены на одной прямой; сколько имеется треугольников с вершинами в этих точках?
6. На контрольной работе предлагается тест из 10 вопросов. Известно, что на половину из них следует ответить «да», а на вторую половину – «нет». Сколькими способами можно ответить на вопросы теста при данном условии?
7. В турнире по игре в «крестики-нолики» на первенство лицея Ваня С. и Сережа И. сыграли одинаковое количество партий, заболели и выбыли из турнира. Остальные участники доиграли турнир до конца. Всего было сыграно 28 партий. Играли ли Ваня и Сережа в этом турнире между собой.
8. Шестеро ребят во дворе большого дома часто играли в лапту «трое на трое». Однажды один из мальчиков уехал, и наши друзья остались в пятером. Стали играть вдвоем против троих. А чтобы никому не было обидно, стали составлять команды всеми возможными способами. Сколько различных команд по три участника и сколько – по два участника можно составить из пяти человек?
9. В первой подгруппе 10 физико-математического класса Лицея ИГУ 12 человек (включая старосту, Володю Ш.). Из них решено выбрать пять человек – делегацию в лицей № 2. Сколькими способами это можно сделать?
10. Докажите, что

$$а) C_n^k = C_n^{n-k},$$

$$б) C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k.$$

2. Применение комбинаторики к подсчёту вероятностей

Многие задачи на подсчёт вероятностей можно свести к так называемой схеме случайного выбора. Здесь, мы рассматриваем два основных варианта этой схемы: *выбор с возвращением* и *выбор без возвращения*.

1. Выбор с возвращением. Пусть $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ - некоторое множество элементов. Представим себе, в некотором ящике собрано n различных предметов, которые обозначены элементами a_1, a_2, \dots, a_n . Из ящика наугад извлекается один из предметов, регистрируется, затем возвращается обратно в ящик. Если осуществить m раз таких действий, то получим некоторую строку длиной m , составленную из элементов множества $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Полученная строка называется *выборкой объёма m* из множества M . Количество различных выборок объёма m в соответствии с правилом произведения равно n^m .

Описанную процедуру принято называть «случайным выбором с возвращением». Здесь, слово «случайный» означает нечто большее, нежели просто тот факт, что состав выборки заранее предсказать невозможно. Мы условимся вкладывать в это слово следующий смысл: *все n^m выборок равновероятны*. Другими словами, вероятность появления любой конкретной выборки (как случайное событие) равна

$$P(A) = \frac{1}{n^m}$$

К схеме случайного выбора можно свести большое количество опытов (испытаний). Например, подбрасывание монеты можно интерпретировать как случайный выбор одного элемента из двухэлементного множества $X = \{\text{герб}, \text{цифра}\}$. Вместо двукратного бросания игральной кости можно рассматривать случайный выбор с возвращением двух элементов из множества $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Выяснение дней рождения m случайных прохожих можно заменить случайным выбором с возвращением m элементов из множества $X = \{1, 2, 3, \dots, 356\}$ и так далее.

2. Выбор без возвращения. В этом случае выбранный предмет из ящика не возвращается обратно в ящик, и следующее извлечение производится из оставшегося числа (меньшего числа) предметов. После m раз извлечений получаем строку длиной m без повторений. Количество таких строк, равно

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-(m-1)) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Случайный характер выбора строки понимается, как и выше, в том смысле, что все выборки данной длины (как случайное событие) имеют одну и ту же вероятность равную

$$P(A) = \frac{1}{A_n^m} = \frac{(n-m)!}{n!}$$

Пример 1. Пусть из совокупности n предметов извлекаются с возвращением m предметов. Найти вероятность того, что все предметы, составляющие выборку (событие A), окажутся различными.

Решение. В данном случае количество всех элементарных исходов опыта равно n^m , а число исходов, благоприятных для события A равно A_n^m . Следовательно,

$$P(A) = \frac{A_n^m}{n^m} = \prod_{k=1}^{m-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \quad (1)$$

Пример 2. (Задача о днях рождения). В некотором месте (например, в каком-нибудь театре, в студенческой аудитории и т.д.) случайно собралось m человек. Какова вероятность того, что, хотя бы у двух из них совпадают дни рождения?

Решение. Как уже было отмечено (см. пункт 1.) выяснения дней рождения у m случайно собравшихся лиц можно заменить случайным выбором с возвращением m элементов из множества $X = \{1, 2, 3, \dots, 365\}$. Нам необходимо найти вероятность события B – совпадения дней рождения у каких-либо двух лиц собравшихся. Здесь, удобно воспользоваться равенством $P(B) = 1 - P(\bar{B})$, где \bar{B} - противоположное событие к событию B , заключающее в том, что все дни рождения различны. По формуле (1) для $n = 365$ получим:

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \prod_{k=1}^{m-1} \left(1 - \frac{k}{365}\right) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - (m - 1))}{365^m} \quad (2)$$

Найденная формула естественно, является функцией натурального аргумента m - число собравшихся людей в указанном месте. Подсчитаем для нескольких значений m :

m	5	10	22	23	30	60
$P(B)$	0,027	0,117	0,476	0,507	0,706	0,994

Расчеты проведены до третьего знака после запятой. Из таблицы видно, что если число собравшихся всего лишь 23 человека, то уже и тогда имеется более 50% шансов на то, что по крайней мере, у двоих из них дни рождения совпадут!

Пример 3. Игральную кость подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом грани 1, 2, 3, 4, 5, 6 выпадут соответственно 2, 3, 1, 1, 1, 2 раза (событие A)?

Решение. Число всех строк длиной 10 из элементов множества $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ равно 6^{10} . Благоприятными случаями для события A будут строки, в которых элементы 1, 2, 3, 4, 5, 6 встречаются соответственно 2, 3, 1, 1, 1, 2 раза, т.е. строки, имеющие состав (2, 3, 1, 1, 1, 2).

Количество таких строк равно:

$$\frac{(2+3+1+1+1+2)!}{2! 3! 1! 1! 1! 2!} = \frac{10!}{24} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10.$$

Следовательно,

$$P(A) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6^{10}} = \frac{700}{6^7} = 0,002 \dots$$

Пример 4. Слово «карета», составленное из шести «букв – кубиков», рассыпалось на отдельные буквы, которые затем собраны и положены в коробку. Из коробки наугад извлекают буквы одну за другой и расставляют их друг за другом (слева на право). Какова вероятность получения при таком действии слово «ракета»?

Решение. В этом примере отсутствует схема случайного выбора в прежнем понимании, так как буквы, сложенные в коробке, не все различны (две одинаковых буквы «а»). Представим себе, что одинаковые буквы (в данном случае «а, а») индивидуализированны с

помощью знаков 1, 2 (превратились в a_1, a_2). Тогда число всевозможных выборов без возвращения будет $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$. Среди них благоприятными для слова «ракета» будет $2!$ выборов (число перестановок букв a_1, a_2).

Следовательно,

$$P(A) = \frac{2!}{6!} = \frac{2}{720} = \frac{1}{360} \approx 0,00278$$

Если исходную задачу решить непосредственно по смыслу, например, для случая слово «ракета», то достаточно ограничиться перестановками трёх первых букв. Число перестановок всего будет $3! = 6$. Таким образом, вероятность достижения цели будет равна $1/6$. Этот пример показывает, что наши умственные (наглядные) возможности повышают наш «шанс» для решения задач.